KOLOKVIJI IN IZPITI IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI, VSŠ – programska oprema

Zbral: Martin Raič

2009/10

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

19. april 2010

1. Na polico na slepo razporedimo 3 računalniške, 4 matematične in 5 leposlovnih knjig. Kolikšna je verjetnost, da bodo knjige iste vrste skupaj?

2. Pri igri Človek, ne jezi se mečemo kocko in se premaknemo za toliko polj, kolikor pik pade, če je na voljo še dovolj polj; če ni dovolj polj, ostanemo pri miru. Recimo, da imamo do cilja še dve polji (t. j. če vržemo dve piki, smo takoj na cilju).

   a) Kolikšna je verjetnost, da nam bo, da bomo prispeli do cilja, kocko potrebno metati največ dvakrat?

   b) Recimo, da smo uspeli priti do cilja po največ dveh metih. Kolikšna je pogojna verjetnost, da smo pri prvem metu obstali na mestu?

3. Iz posode, v kateri 3 rdeče in 2 modri kroglici, na slepo in brez vračanja vlečemo kroglice, dokler ne izvlečemo modre. Označimo z X število izvlečenih kroglic.

   a) Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke.

   b) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

4. Dani sta slučajni spremenljivki X in Y z naslednjo navzkrižno porazdelitvijo:

	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 2$
$X = 0$	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6}t$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} - \frac{1}{6}t$
$X = 2$	$\frac{1}{3}t^2$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}t^2$	0

   a) Pri katerih vrednostih parametra t je z zgornjo tabelo res podana porazdelitev?

   b) Pri katerih vrednostih parametra t sta X in Y nekorelirani?

   c) Pri katerih vrednostih parametra t sta X in Y neodvisni?

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
4. junij 2010

1. Slučajne spremenljivke $X_1, \ldots X_{100}$ so neodvisne in porazdeljene enakomerno na intervalu $[-1, 1]$. Označimo z $\bar{X}$ njihovo povprečje:

$$\bar{X} := \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_{100}}{100}.$$

Na 1% natančno izračunajte $P\big(-0\text{'}05 < \bar{X} < 0\text{'}05\big)$.

2. Dana je funkcija:

$$g(x) = \begin{cases} 2/(1+x)^3 & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}.$$

   a) Dokažite, da je g porazdelitvena gostota neke zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke.

   b) Izračunajte 95. percentil slučajne spremenljivke s to gostoto.

3. Operacijski sistem Ubuntu 10.04 (Lucid Lynx) se na računalniku HP ProBook 4510s ni zagnal v 6 od 30 primerov. Poiščite 90% interval zaupanja za verjetnost, da se ta operacijski sistem na omenjenem računalniku ne zažene.

4. Radar je 100 dni kontroliral hitrost voznikov. Zanima nas število tistih, ki v posameznem dnevu dovoljeno hitrost prekoračijo za več kot 50 km/h. Označimo to z X.

   a) Recimo, da je slučajna spremenljivka X porazdeljena po Poissonu s parametrom 1, t. j.:

$$P(X = k) = \frac{1}{k!\,e}\,; \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

   kjer je e osnova naravnih logaritmov, t. j. $e \doteq 2\text{'}71828$. Izračunajte $P(X > 2)$.

   b) Podatki o številu dni, ko je določeno število voznikov storilo prej omenjeni prekršek, so zbrani v naslednji tabeli:

število voznikov	0	1	2	> 2
število dni	40	35	12	13

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{'}05$ testirajte hipotezo, da je število voznikov, ki na določen dan storijo ta prekršek, porazdeljeno tako kot v točki a).

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

9. junij 2010

1. Izbirčna Metka se odpravi v samopostrežno restavracijo, kjer so na voljo štiri malice: navadna, brezmesna, varovalna in enolončnica (vsak dan je na voljo po ena jed od vsake vrste malice). Metki je všeč 30% navadnih malic, ki jih pripravljajo v restavraciji, 40% brezmesnih, 20% varovalnih in 10% enolončnic.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bo na določen dan Metki všeč vsaj ena malica, ki je na voljo?

   b) Recimo, da je Metki res všeč vsaj ena malica. Kolikšna je pogojna verjetnost, da ji je všeč enolončnica?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + c & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

   a) Določite konstanto c, pri kateri bo g res gostota.

   b) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

3. Slučajne spremenljivke $X_1, X_2, \ldots X_n$ so neodvisne in porazdeljene normalno $\mathrm{N}(1, 2)$. Označimo z $\bar{X}$ njihovo povprečje. Poiščite najmanjše število n, pri katerem je $P(\bar{X} > 0) \geq 0{\cdot}99$.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$27{\cdot}0,\ 18{\cdot}8,\ 18{\cdot}7,\ 21{\cdot}2,\ 16{\cdot}9,\ 19{\cdot}4,\ 16{\cdot}9,\ 20{\cdot}5,\ 17{\cdot}9,\ 19{\cdot}8\,.$$

   Poiščite 95% interval zaupanja za σ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

29. junij 2010

1. Žena kupi kozarec marmelade, pri čemer ne pogleda na datum. V trgovini je 50% kozarcev uporabnih do 1. julija, 30% do 1. avgusta in 20% do 1. septembra. Mesec dni kasneje kupi kozarec iste vrste marmelade še mož in tudi ne pogleda na datum. Takrat je 50% kozarcev uporabnih do 1. avgusta, 30% do 1. septembra in 20% do 1. oktobra.

   a) Kolikšna je verjetnost, da je ena (ne nujno prva) od kupljenih marmelad uporabna do 1. avgusta in druga do 1. septembra?

   b) Recimo, da imata kupljeni marmeladi res prej navedena datuma. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je marmelada, ki jo je kupila žena, uporabna dlje?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} e^{-ax} - e^{-x} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

   a) Določite konstanto a, pri kateri bo g res gostota.

   b) Izračunajte **enega** izmed matematičnih upanj $E(X)$, $E(2X)$ in $E(e^{-X})$ (priporočam zadnjo možnost).

3. Slučajne spremenljivke $X_1, X_2, \dots X_{100}$ so porazdeljene diskretno po shemi:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} .$$

   Označimo $S := X_1 + X_2 + \cdots + X_{100}$. Določite čim manjše število x, za katerega bo $P(S > x) \leq 0˙05$.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$18˙2,\ 22˙8,\ 17˙8,\ 22˙1,\ 18˙2,\ 20˙6,\ 21˙2,\ 23˙2,\ 21˙4,\ 22˙3 .$$

   Poiščite 99% interval zaupanja za μ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

15. september 2010

1. Mankica, Pepček in Tonček dobijo vsak po eno palačinko – najprej dobi Mankica, nato Pepček in nazadnje Tonček. Za namaz sta na voljo marmelada in čokolada, vsake je za dve palačinki. Vsak izbere po en namaz. Mankica izbere marmelado z verjetnostjo 70%, Pepček neodvisno od Mankice z verjetnostjo 50% in Tonček, če je še na voljo, z verjetnostjo 40% (natančneje, pri poljubni Mankičini in Pepčkovi izbiri, pri kateri je čokolada še na voljo, s pogojno verjetnostjo 40%).

   a) Kolikšna je verjetnost, da bo imel Tonček namaz iz marmelade?

   b) Recimo, da je imel Tonček res namaz iz marmelade. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je tudi Mankica izbrala marmelado?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{9-x^2}{36} & ; -3 \leq x \leq 3 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

   Izračunajte $P(X > 2)$ ter še $E(X)$ in $D(X)$.

3. Slučajne spremenljivke $X_1, X_2, \ldots X_{1000}$ so porazdeljene diskretno po naslednji shemi:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0\dot{}2 & 0\dot{}2 & 0\dot{}6 \end{pmatrix} .$$

   Označimo $S := X_1 + X_2 + \cdots + X_{1000}$. Do odstotka natančno izračunajte $P(S < 1950)$.

4. Janez kandidira za župana velikega mesta. Pred volitvami izvedejo anketo, pri kateri se zanj izreče 110 od 200 vprašanih volilcev, izbranih na slepo. Poiščite 95% interval zaupanja za Janezov delež na volitvah.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP, stari program
24. junij 2011

1. Dana sta dva na videz enaka kovanca. Pri prvem pade grb z verjetnostjo 40%, pri drugem pa z verjetnostjo 60%. Oba hkrati vržemo in pade natanko en grb. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je grb padel pri drugem kovancu? Privzamemo, da sta kovanca med seboj neodvisna.

2. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima porazdelitveno gostoto, podano po predpisu:
$$g_X(x) = \begin{cases} c + 2x^2 & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$
Izračunajte konstanto c ter še $E(X)$ in $D(X)$.

3. Slučajna spremenljivka X naj bo porazdeljena normalno $\mathrm{N}(3, \sigma)$. Izračunajte σ, če veste, da velja $P(X > 0) = 0\text{˙}95$.

4. Kocko vržemo 60-krat. Dobimo naslednjo frekvenčno porazdelitev posameznih števil pik:

število pik	1	2	3	4	5	6
število metov	19	9	7	10	6	9

Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{˙}05$ testirajte hipotezo, da je kocka poštena, proti alternativni hipotezi, da ni poštena.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

20. september 2011

1. V kupeju na vlaku so štirje sedeži, dva drug poleg drugega in še dva enako nasproti. Vsak od njih je prost z verjetnostjo 20%, neodvisno od drugih sedežev. Primož in Renata, ki nimata rezervacije, se želita usesti.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bosta lahko oba sedela v tem kupeju?

   b) Recimo, da bosta lahko res sedela v tistem kupeju. Kolikšna je pogojna verjetnost, da bosta lahko sedela drug poleg drugega?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} c(a-x) & ; 0 < x < a \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   kjer je $a > 0$.

   a) Kakšen mora biti c v odvisnosti od a, tako da bo g res gostota neke porazdelitve?

   b) Določite a, pri katerem bo $P(X < 1) = 5/9$.

3. Za neko stavo moramo vplačati en dolar. Verjetnost, da stavo dobimo, je 0˙2. Če dobimo stavo, nam delilec izplača štiri dolarje, če pa izgubimo, ne dobimo ničesar. Vplačamo 400 takih stav, ki so neodvisne druga od druge. Kolikšna je verjetnost, da nam bo delilec izplačal več, kot bomo vplačali?

4. Rezultati obeh kolokvijev iz verjetnosti in statistike na IŠRM v študijskem letu 2008/09 so zbrani v naslednji tabeli (zajeti so le študentje, ki so pisali oba kolokvija):

Vpisna št.	1.	2.
63040298	61	21
63050223	79	54
63050380	42	24
63060193	83	72
63060198	93	96
63060206	97	91

Vpisna št.	1.	2.
63060233	68	83
63060242	59	82
63060249	72	37
63060248	74	74
63060254	63	70

   Testirajte ničelno hipotezo, da sta bila kolokvija enako zahtevna, proti alternativni, da sta bila različno zahtevna. Stopnja značilnosti naj bo $\alpha = 0˙05$.

2008/09

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

14. april 2009

1. Albert in Branko streljata v tarčo. Vsak pomeri dvakrat, streli so neodvisni. Pri posameznem strelu Albert zadene z verjetnostjo 0˙3, Branko pa z verjetnostjo 0˙6.

   a) Kolikšna je verjetnost, da je tarča zadeta natanko enkrat?

   b) Recimo, da je bila tarča res zadeta natanko enkrat. Kolikšna je pogojna verjetnost, da jo je zadel Branko?

2. Francoska ruleta ima 37 števil (od 0 do 36). Janez gre v igralnico z enim evrom. Najprej svoj evro stavi na številke od 1 do 18 (*manque*). Če izgubi, konča. Če dobi, mu igralnica vrne vplačani evro in izplača še en evro. V primeru dobitka v prvi igri stavi en evro spet na *manque*, en evro pa na ničlo (*zéro*); oba evra stavi hkrati. Za ničlo mu igralnica vrne vplačani evro in izplača še dodatnih 35 evrov. Po drugi igri Janez neha igrati.

   Naj bo S znesek, ki ga ima Janez na koncu. Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke in izračunajte njeno matematično upanje. Seveda privzamemo, da sta igri neodvisni in da so vse številke enako verjetne.

3. Dana je funkcija:
$$g(x) = \begin{cases} cx^2 & ; 0 < x < a \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$
   Določite konstanti a in c, tako da bo g gostota zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke X, za katero bo veljalo $E\left(\frac{1}{X}\right) = 3$.

4. Slučajni spremenljivki X in Y sta neodvisni in porazdeljeni standardno normalno. Naj bo $Z := 4Y - 3X$.

   a) Izračunajte $E(Z)$ in $D(Z)$.

   b) Izračunajte $P(Z > 6)$ (namig: tudi Z je porazdeljena normalno).

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

23. junij 2009

1. Igralnica ponuja naslednjo igro: vržeta se dve pošteni in neodvisni kocki. Če ne pade nobena šestica, igralec plača 1 evro. Če pade ena šestica, igralec dobi 2 evra, če pa padeta dve šestici, dobi 4 evre.

   Odigra se 5000 neodvisnih iger. Kolikšna je verjetnost, da ima igralnica izgubo?

2. Dana je funkcija:
$$g(x) = \begin{cases} 3/x^4 & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

   a) Dokažite, da je g porazdelitvena gostota neke zvezno porazdeljene slučajne spremenljivke.

   b) Izračunajte 99. percentil slučajne spremenljivke s to gostoto.

3. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:
$$51,\ 47,\ 48,\ 52,\ 49,\ 53,\ 53,\ 47,\ 54,\ 48\,.$$
   Poiščite 95% interval zaupanja za μ.

4. Rezultati 1000 klicev (idealiziranega) generatorja psevdonaključnih števil so zbrani v naslednji tabeli:

0–0˙1	0˙1–0˙2	0˙2–0˙3	0˙3–0˙4	0˙4–0˙5
106	96	68	92	120

0˙5–0˙6	0˙6–0˙7	0˙7–0˙8	0˙8–0˙9	0˙9–1
89	108	101	103	117

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0˙05$ testirajte hipotezo, da so števila, ki se generirajo, porazdeljena enakomerno na $[0, 1]$.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

1. julij 2009

1. Pepe deli karte pri taroku. Ko deli talon (6 kart), pogleda, ali je v njem škis (ena izmed 54 kart, kolikor jih je vseh skupaj). Če je škis v talonu, mu ga s pogojno verjetnostjo 50% uspe vtihotapiti med svojih 12 kart.

   a) Kolikšna je verjetnost, da ima Pepe na koncu škisa?

   b) Recimo, da ima Pepe škisa. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je bil le-ta pretihotapljen iz talona?

2. Vržemo pošteno kocko in če ne pade šestica, vržemo še enkrat. Nato končamo. Naj bo T število vseh trojk, ki padejo.

   a) Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke.

   b) Izračunajte $E(T)$ in $D(T)$.

3. Mečemo nepošten kovanec, pri katerem je verjetnost, da pade grb, enaka 55%. Najmanj kolikokrat ga moramo vreči, če naj bo verjetnost, da pade manj kot pol grbov, manjša od 5%? Seveda privzamemo, da so meti neodvisni.

4. Rezultati obeh kolokvijev iz verjetnosti in statistike na IŠRM v tem študijskem letu so zbrani v naslednji tabeli (zajeti so le študentje, ki so pisali oba kolokvija):

Vpisna št.	1.	2.
63040298	61	21
63050223	79	54
63050380	42	24
63060193	83	72
63060198	93	96
63060206	97	91
63060233	68	83
63060242	59	82
63060249	72	37
63060248	74	74
63060254	63	70

   Testirajte ničelno hipotezo, da sta bila kolokvija enako zahtevna, proti alternativni, da sta bila različno zahtevna. Stopnja značilnosti naj bo $\alpha = 0{\cdot}05$.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

7. september 2009

1. V vrsto se povsem slučajno postavijo dva fanta in tri dekleta. Enemu od fantov je ime Albert.

   a) Recimo, da je Albert drugi v vrsti. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je pred vsemi dekleti?

   b) Kolikšna je brezpogojna verjetnost, da je Albert pred vsemi dekleti?

2. Dana je funkcija:

$$g(x) = \begin{cases} ax^2(b-x) & ; 0 < x < b \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases},$$

   kjer sta $a, b > 0$.

   a) Določite konstanti a in b, tako da bo g gostota porazdelitve neke slučajne spremenljivke X z $E(X) = 3$.

   b) Izračunajte $D(X)$.

3. Francoska ruleta ima 37 številk (od 0 do 36). Tone odigra 400 iger in vsakič stavi en evro na številke od 1 do 18 (t. j. da se kroglica znajde v zarezi s številko iz množice $\{1, 2, \ldots 18\}$, t. i. *manque*). Vsakič, ko stavo dobi, mu igralnica vrne vplačani evro in izplača še en evro povrhu (če izgubi, pa mu ne plača ničesar). Kolikšna je verjetnost, da bo imel Tone na koncu dobiček (rezultat izračunajte do odstotka natančno)? Privzamemo, da so igre neodvisne in da so vse številke v posamezni igri enako verjetne.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$78,\ 81,\ 82,\ 79,\ 84,\ 83,\ 83,\ 77,\ 77,\ 78\,.$$

   Poiščite 99% interval zaupanja za μ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

18. september 2009

1. Jure, Krištof in Pepe pišejo kontrolno nalogo. Jure pozna odgovor na določeno vprašanje z verjetnostjo 0˙4, Krištof z verjetnostjo 0˙6, Pepe pa z verjetnostjo 0˙3. Če Krištof odgovora ne pozna, poškili k Juretu ali k Pepetu, k vsakemu z verjetnostjo 1/2 (za oba mu zmanjka časa). Če tisti, h kateremu je poškilil, pozna odgovor, ga prepiše, sicer pusti prazno.

   Recimo, da je Krištof odgovoril na vprašanje. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je odgovor prepisal?

2. Pet učencev, med njimi tudi Adi in Brina, se povsem slučajno postavi v vrsto.

   a) Kolikšna je verjetnost, da Adi in Brina stojita skupaj?
   b) Naj bo X število učencev, ki so med Adijem in Brino. Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke.
   c) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

3. Na kolokvij je prijavljenih 250 kandidatov, toda vsak izmed njih zares pride le z verjetnostjo 60%, neodvisno od ostalih. Najmanj kako velika naj bo predavalnica, če naj bo verjetnost, da ne bo dovolj prostora za vse, največ 5%?

4. Dvajsetim piščancem so dajali dva različna hormona, desetim enega, desetim drugega. Na koncu so bile telesne teže piščancev, ki so jemali prvi hormon, naslednje:

   $$1001\,,\ 990\,,\ 991\,,\ 974\,,\ 992\,,\ 983\,,\ 984\,,\ 978\,,\ 995\,,\ 996\,.$$

   Telesne teže piščancev, ki so jemali drugi hormon, pa so bile:

   $$1002\,,\ 996\,,\ 994\,,\ 995\,,\ 998\,,\ 1003\,,\ 989\,,\ 1000\,,\ 1017\,,\ 991\,.$$

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0˙01$ testirajte hipotezo, da hormona enako redita piščance, proti alternativni hipotezi, da drugi hormon bolj redi piščance kot prvi.

2007/08

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
3. april 2008

1. Andrej pošlje Bojanu enega izmed petih možnih znakov. Bojan z verjetnostjo 80% pravilno razume znak, z verjetnostjo 20% pa poslani znak razume kot enega izmed preostalih štirih znakov, vse z enakimi verjetnostmi. Nato Bojan znak, ki ga je razumel, pošlje še Cenetu in Cene spet z verjetnostjo 80% znak pravilno razume, z verjetnostjo 20% pa poslani znak razume kot enega izmed preostalih štirih znakov, vse z enakimi verjetnostmi, ne glede na to, kateri znak je bil poprej dejansko poslal Andrej.

   a) Kolikšna je verjetnost, da je Cene razpoznal isti znak, kot ga je poslal Andrej?
   b) Recimo, da je Cene res razpoznal znak, ki ga je poslal Andrej. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je tudi Bojan pravilno razumel Andrejev znak?

2. V posodi so štirje kovanci: dva za en tolar ter po eden za dva in pet tolarjev. Najprej na slepo in brez vračanja vlečemo kovance, dokler ne izvlečemo kovanca za en tolar. Nato izvlečemo še en kovanec. Označimo njegovo vrednost z X. Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke.

3. Slučajni spremenljivki X in Y sta porazdeljeni diskretno z naslednjo navzkrižno porazdelitvijo:

$$P(X=x, Y=y) = \begin{cases} c(x+y) & ;\ x \in \{0,1\},\ y \in \{0,1,2\} \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}$$

   Izračunajte konstanto c in korelacijski koeficient $r(X,Y)$.

4. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{\sqrt{x}} - 1 & ;\ 1 \le x \le 4 \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}$$

   Izračunajte konstanto a, $P(2 \le X \le 3)$ in $E(X)$.

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
29. maj 2008

1. Tone je kupil 40 hitrih srečk, od katerih vsaka z verjetnostjo 40% zadene 1 evro, sicer pa ničesar. Poleg tega je kupil še 30 hitrih srečk, od katerih vsaka z verjetnostjo 30% zadene 2 evra, sicer pa ničesar.

   a) Za $i = 1, \ldots 40$ naj bo X_i dobitek od i-te srečke za en evro in za $i = 1, \ldots 30$ naj bo Y_i dobitek od i-te srečke za dva evra. Izračunajte matematično upanje in disperzijo slučajnih spremenljivk X_i in Y_i.
   b) Označimo z S skupni znesek, ki ga zadenejo Tonetove srečke. Izračunajte $E(S)$ in $D(S)$.
   c) S primerno natančnostjo izračunajte verjetnost, da Tonetove srečke skupaj zadenejo več kot 40 evrov. Pomagajte si s centralnim limitnim izrekom.

2. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

   $$56,\ 58,\ 57,\ 58,\ 60,\ 55,\ 56,\ 52,\ 59,\ 59\,.$$

   Poiščite 99% interval zaupanja za σ.

3. Meritve neke količine dajo naslednje vrednosti:

   3˙48, 1˙53, 3˙10, 6˙65, 1˙70, 16˙82, 4˙72, 14˙39, 2˙46, 3˙52, 2˙06, 13˙62, 7˙94, 1˙66, 3˙43, 4˙11, 4˙73, 5˙50, 1˙73, 2˙46, 2˙66, 1˙77, 2˙77, 3˙01, 2˙63, 1˙89, 2434˙56, 2˙92, 2˙08, 11˙54.

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\dot{}01$ testirajte hipotezo, da je količina porazdeljena zvezno z gostoto:

   $$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   Podatke razdelite v naslednje razrede: do 2, od 2 do 3, od 3 do 6 in od 6 naprej.

4. Na populaciji sta definirani statistični spremenljivki X in Y. Vrednosti količin X in Y na vzorcu so naslednje:

X_i	1	4	2	3	3	4	4	5	1	3
Y_i	2	8	6	6	7	11	10	10	2	8

   Določite obe regresijski premici (linearno regresijo spremenljivke Y glede na X in spremenljivke X glede na Y).

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

17. junij 2008

1. V zmrzovalniku v trgovini je 5 škatel čokoladnega, 4 škatle jagodnega in dovolj škatel vanilijevega sladoleda. Mimo pride 6 kupcev. Vsak kupec ima z verjetnostjo 30% najraje čokoladni, z verjetnostjo 20% pa jagodni sladoled, neodvisno od ostalih kupcev. Posamezen kupec kupi sladoled, ki ga ima najraje, če ga ni več, pa kupi vanilijev sladoled.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bodo kupci pokupili ves čokoladni sladoled?

   b) Recimo, da so kupci res pokupili ves čokoladni sladoled. Kolikšna je pogojna verjetnost, da so ostale še vse škatle jagodnega sladoleda?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} cx & ;\ 1 < x < 3 \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}$$

   kjer je $c > 0$.

   a) Določite konstanto c, tako da bo g res gostota neke porazdelitve.

   b) Izračunajte $P(X > 2)$ in $E\left(\frac{1}{X}\right)$.

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno, pri čemer velja $E(X) = 2$ in $P(X > 3) = 0{\cdot}05$. Izračunajte $\sigma(X)$.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$64,\ 66,\ 67,\ 66,\ 70,\ 63,\ 65,\ 69,\ 64\,.$$

   Poiščite 95% interval zaupanja za σ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

26. junij 2008

1. Vržemo dve kocki. Prva je poštena. Porazdelitev števila pik na drugi, nepošteni kocki, pa je enaka:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0\text{'}1 & 0\text{'}15 & 0\text{'}15 & 0\text{'}15 & 0\text{'}15 & 0\text{'}3 \end{pmatrix}.$$

   a) Kolikšna je verjetnost, da na drugi kocki pade (strogo) več pik kot na prvi?
   b) Recimo, da je na drugi kocki res padlo več pik kot na prvi. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je na drugi kocki padlo manj kot 6 pik?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena diskretno po naslednji shemi:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2p & q & p \end{pmatrix}$$

   a) Izrazite q s p.
   b) Pri katerih vrednostih parametrov p in q je z zgornjo shemo res podana porazdelitev slučajne spremenljivke?
   c) Izračunajte $E(X)$.
   d) Določite p in q, tako da bo $D(X) = 2$.

3. Do odstotka natančno izračunajte verjetnost, da bo vsota 100 neodvisnih na slepo izbranih naključnih števil med 0 in 1 manjša od 45.

4. Dve skupini mladih podgan so hranili na dva različna načina: eno z visokobeljakovinsko, drugo pa z nizkobeljakovinsko prehrano. Podgane v prvi skupini so pridobile naslednjo težo (v gramih):

   134, 146, 104, 119, 124, 161, 107, 83, 113, 129, 97, 123,

   podgane v drugi skupini pa so pridobile naslednjo težo:

   70, 118, 101, 85, 107, 132, 94 .

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{'}05$ testirajte hipotezo, da delež beljakovin v prehrani ne vpliva na težo, proti alternativni hipotezi, da vpliva na težo.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
29. avgust 2008

1. Najprej imamo dve različni garnituri po šest enakih kozarcev, nato pa razbijemo štiri kozarce, pri čemer so vse kombinacije enako verjetne.

   a) Kolikšna je verjetnost, da imamo še na voljo pet enakih kozarcev?

   b) Recimo, da imamo še na voljo pet enakih kozarcev. Kolikšna je pogojna verjetnost, da so bili vsi štirje razbiti kozarci iz iste garniture?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ x & ; \quad 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{c}{x^4} & ; \quad x > 1 \end{cases} .$$

   Izračunajte konstanto c ter še $E(X)$ in $D(X)$.

3. Za nekega učitelja je znano, da dá 5% vprašanim oceno nezadostno (1), 20% zadostno (2), 35% dobro (3), 30% prav dobro (4) in 10% odlično (5). Učitelj izpraša razred s 36 učenci. Z absolutno natančnostjo 2% izračunajte verjetnost, da bo srednja ocena manjša od 3, če privzamemo, da razred predstavlja reprezentativen vzorec izpraševancev.

4. V neki deželi je 30% prebivalcev starih do 20 let, 25% od 20 do 40 let, 20% od 40 do 60 let in 25% nad 60 let. V vzorcu je 37 oseb starih do 20 let, 29 jih je starih od 20 do 40 let, 12 od 40 do 60 let in 22 nad 60 let. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0{\cdot}05$ testirajte hipotezo, da je vzorec reprezentativen glede na starost.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

15. september 2008

1. V posodi je pet rdečih, tri bele in dve zeleni kroglici. Kroglice vlečemo iz posode drugo za drugo na slepo in brez vračanja.

   a) Kolikšna je verjetnost, da prvo rdečo kroglico izvlečemo prej kot prvo belo?

   b) Recimo, da smo prvo rdečo kroglico res izvlekli pred prvo belo. Kolikšna je pogojna verjetnost, da smo bili poprej izvlekli obe zeleni kroglici?

2. Slučajni vektor (X, Y) je porazdeljen diskretno po naslednji shemi:

	$Y = 0$	$Y = 1$	$Y = 3$
$X = 0$	0	$1/5$	q
$X = 2$	$3q$	0	$4q$

   Izračunajte parameter q in korelacijski koeficient $r(X, Y)$.

3. 100-krat vržemo nepošten kovanec, pri katerem je verjetnost, da pade grb, enaka 55%. Z absolutno natančnostjo 3% izračunajte verjetnost, da pade manj kot 50 grbov.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$74,\ 73,\ 79,\ 78,\ 81,\ 72,\ 75,\ 69,\ 74\,.$$

   Poiščite 95% interval zaupanja za μ.

2006/07

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
12. april 2007

1. Alen, Branka in Cene streljajo v tarčo. Alen zadene z verjetnostjo 0˙3, Branka z verjetnostjo 0˙5, Cene pa z verjetnostjo 0˙4. Dva izmed njih, izbrana povsem slučajno, ustrelita.

   a) Kolikšna je verjetnost, da oba zadeneta?

   b) Recimo, da sta oba, ki sta streljala, zadela tarčo. Kolikšna je pogojna verjetnost, da sta bila to Branka in Cene?

2. Med štirimi kartami sta dve rdeči in dve črni, razporeditev barv je povsem slučajna. Brez vračanja drugo za drugo vlečemo karte, dokler ne izvlečemo rdeče.

   a) Zapišite porazdelitev slučajne spremenljivke K, ki predstavlja število izvlečenih kart.

   b) Izračunajte $E(K)$.

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} x^2 + cx^4 & ; -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   Določite konstanto c ter izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

4. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno in velja $E(X) = D(X) = 3$. Izračunajte $P(X < 0)$.

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
30. maj 2007

1. Iz populacije, ki ima diskretno porazdelitev, določeno s shemo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0\dot{}2 & 0\dot{}2 & 0\dot{}6 \end{pmatrix}$$

vzamemo enostavni slučajni vzorec velikosti 1000. Označimo z $\bar{X}$ vzorčno povprečje.

   a) Izračunajte $E(\bar{X})$ in $D(\bar{X})$.
   b) Na tri decimalke natančno izračunajte verjetnost, da se $\bar{X}$ razlikuje od $E(\bar{X})$ za največ $0\dot{}1$.

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

Izračunajte njen 99. centil.

3. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$56,\ 58,\ 57,\ 58,\ 60,\ 55,\ 56,\ 52,\ 59,\ 59\,.$$

Poiščite 99% interval zaupanja za μ.

4. Pri 100 meritvah neke količine smo 42-krat dobili rezultat pod 1, 24-krat rezultat med 1 in 2, 16-krat rezultat med 2 in 4 in 18-krat rezultat nad 4. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\dot{}05$ testirajte hipotezo, da je količina porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(1+x)^2} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

19. junij 2007

1. Andrej in Blažka igrata v neki igri, kjer morata neodvisno drug od drugega izbrati enega izmed treh možnih odgovorov. Igro dobita, če izbereta isti odgovor. Andrej izbere odgovor A z verjetnostjo 0˙4, odgovor B z verjetnostjo 0˙3 in odgovor C prav tako z verjetnostjo 0˙3. Blažka pa izbere odgovor A z verjetnostjo 0˙2, odgovor B z verjetnostjo 0˙5 in odgovor C z verjetnostjo 0˙3.

   a) Kolikšna je verjetnost, da Andrej in Blažka dobita igro?

   b) Recimo, da sta Andrej in Blažka dobila igro. Kolikšna je pogojna verjetnost, da sta izbrala odgovor C?

2. Asistent ima 180 študentov. Vsak se mu najavi na govorilno uro z verjetnostjo 1%, neodvisno od drugih študentov. Kolikšna je verjetnost, da se mu bosta najavila več kot dva?

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} e^{-2x} + c\,e^{-4x} & ; x > 0 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   a) Določite konstanto c, tako da bo g res gostota neke porazdelitve.

   b) Izračunajte $E(e^X)$.

4. Neki profesor, ki je dolga leta predaval neki predmet, je spustil 60% študentov. Novi profesor pa je izmed 100 študentov spustil le 50. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0˙05$ testirajte hipotezo, da je novi profesor enako zahteven kot stari, proti alternativni hipotezi, da ima drugačno zahtevnost.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

28. junij 2007

1. Mikroorganizem A povzroča neko bolezen. Neki hitri test je pozitiven, če je v pacientovi krvi prisoten mikroorganizem A ali pa tudi mikroogranizem B, ki ne povzroča bolezni. Delež oseb v populaciji, okuženih z mikroorganizmom A, je 5%, delež tistih, ki so okuženi z mikroorganizmom B, pa 60%. Okužbi z obema mikroorganizmoma potekata neodvisno druga od druge.

   a) Kolikšen delež oseb je okuženih z obema mikroorganizmoma?

   b) Če je prej omenjeni hitri test pozitiven, kolikšna je pogojna verjetnost, da je oseba okužena z mikroorganizmom A?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena diskretno po naslednji shemi:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ q & 1-3p & p \end{pmatrix}$$

   a) Izrazite q s p.

   b) Pri katerih vrednostih parametrov p in q je z zgornjo shemo res podana porazdelitev slučajne spremenljivke?

   c) Izračunajte $E(X)$.

   d) Določite p in q, tako da bo $D(X) = 2$.

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno, pri čemer velja $E(X) = 2$ in $P(X < 0) = 0{\dot{}}05$. Izračunajte $D(X)$.

4. V vzorcu 1000 riževih zrn jih je 72 polomljenih. Določite 99% interval zaupanja za delež polomljenih zrn riža.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

31. avgust 2007

1. Na polici z leve proti desni ležijo Ep o Gilgamešu, Odiseja in Iliada. Najprej Gregor vzame s police Ep o Gilgamešu in ga nato vrne na slučajno izbrano mesto (levo od preostalih dveh knjig, med preostali dve ali desno od preostalih dveh knjig, vse tri izbire so enako verjetne). Nato pride mimo še Helena, vzame s police Odisejo in jo prav tako vrne na slučajno izbrano mesto, pri čemer so vse tri izbire spet enako verjetne. Kolikšna je verjetnost, da bodo na koncu knjige v istem vrstnem redu kot na začetku?

2. Življenjska doba osebkov neke živalske vrste v letih je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}x^2 & ; 0 \le x \le 3 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   a) Izračunajte pričakovano življenjsko dobo, t. j. njeno matematično upanje.
   b) Kolikšna je verjetnost, da bo neki osebek dočakal starost enega leta (t. j. da bo njegova življenjska doba najmanj eno leto)?
   c) Kolikšna je verjetnost, da bo osebek, star eno leto, dočakal starost dveh let?

3. Pri neki igri igralnica z verjetnostjo 0˙8 pridobi 1 evro, z verjetnostjo 0˙1 izgubi 7 evrov, z verjetnostjo 0˙1 pa je na ničli. Približno (do odstotka natančno) izračunajte verjetnost, da ima igralnica po 400 neodvisnih igrah izgubo.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$75,\ 77,\ 74,\ 78,\ 72,\ 75,\ 74,\ 76,\ 71,\ 78\,.$$

   Poiščite 95-odstotni interval zaupanja za μ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

20. september 2007

1. V modri škatli je 9 listkov, označenih s številkami od 1 do 9, v rdeči škatli pa 5 listkov, označenih s številkami od 1 do 5.

   a) Iz vsake škatle potegnemo po en listič in iz dobljenih števk sestavimo dvomestno število, tako da je število iz prve škatle z enako verjetnostjo prva števka kot število iz druge škatle. Kolikšna je verjetnost, da bo tako sestavljeno število večje od 50?

   b) Recimo, da je bilo dobljeno število res večje od 50. Kolikšna je pogojna verjetnost, da njegova prva števka izvira iz modre škatle?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z gostoto:

$$g(x) = \begin{cases} c(a-x) & ; 0 < x < a \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   kjer je $a > 0$.

   a) Kakšen mora biti c v odvisnosti od a, tako da bo g res gostota neke porazdelitve?

   b) Določite a, pri katerem bo $P(X < 1) = 5/9$.

3. Porazdelitev cene neke delnice v evrih čez en mesec se ocenjuje kot (približno) normalna $\mathrm{N}(100, 10)$. Nekdo nam ponuja stavo, pri kateri dobimo 100 evrov, če bo cena delnice čez en mesec višja od 120 evrov, sicer pa bomo morali plačati 5 evrov. Se s stališča matematičnega upanja splača sprejeti to stavo?

4. Po dolgoletnih povprečjih je v neki deželi na leto 97 jasnih, 156 oblačnih, a suhih dni, in 112 deževnih dni. Lani pa je bilo 126 jasnih, 141 oblačnih in 98 deževnih dni. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0{\dot{}}01$ testirajte hipotezo, da se verjetnosti, da je posamezen dan jasen, oblačen oz. deževen, niso spremenile.

2005/06

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
19. april 2006

1. Andreja in Blaž potegneta vsak svojo karto iz dobro premešanega kupa 13 kart, ki imajo same različne vrednosti – od dvojke do asa, pri čemer je as najvišja karta. Recimo, da ima Andreja višjo karto kot Blaž. Kolikšna je pogojna verjetnost, da ima Andreja asa?

2. Desetkrat vržemo pošten kovanec. Kolikšna je verjetnost, da pade več cifer kot grbov? Določite natančno vrednost.

3. Milka nakupi v trgovini za slučajen znesek blaga, ki ga označimo z X. Porazdelitev te slučajne spremenljivke modeliramo z zvezno porazdelitvijo:

$$g_X(x) = \begin{cases} c(2500 - x) & ; 0 \leq x \leq 2500 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   a) Izračunajte konstanto c.
   b) Za vsakih (celih) 1000 tolarjev, ki jih zapravi v trgovini, dobi Milka po eno piko. Označimo z Y število pik, ki jih dobi Milka. Zapišite porazdelitev te slučajne spremenljivke.

4. Stokrat vržemo pošteno kocko.

   a) Označimo z S skupno število pik, ki padejo. Izračunajte $E(S)$ in $D(S)$.
   b) Ocenite verjetnost, da skupaj pade več kot 320 pik. Pomagajte si s centralnim limitnim izrekom.

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

7. junij 2006

1. V vzorcu 100 zrn je 30 prvovrstnih. Poiščite 95% interval zaupanja za delež prvovrstnih zrn.

2. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $N(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$101,\ 105,\ 102,\ 103,\ 105,\ 99,\ 99,\ 102,\ 100,\ 101$$

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{˙}01$ testirajte hipotezo, da je $\mu = 100$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu > 100$.

3. Kocko vržemo 60-krat. Dobimo naslednjo frekvenčno porazdelitev posameznih števil pik:

število pik	1	2	3	4	5	6
število metov	19	9	7	10	6	9

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{˙}05$ testirajte hipotezo, da je kocka poštena, proti alternativni hipotezi, da ni poštena.

4. Meritve neke količine pri testni skupini dajo naslednje vrednosti (urejene po velikosti):

$$19\text{˙}3,\ 23\text{˙}6,\ 27\text{˙}5,\ 35\text{˙}7,\ 46\text{˙}1,\ 61\text{˙}9,\ 72\text{˙}5,\ 89\text{˙}3,\ 100\text{˙}4,\ 120\text{˙}6$$

   Pri kontrolni skupini pa dobimo naslednje vrednosti:

$$11\text{˙}7,\ 12\text{˙}3,\ 20\text{˙}5,\ 25\text{˙}2,\ 27\text{˙}5,\ 32\text{˙}7,\ 36\text{˙}4,\ 38\text{˙}0,\ 59\text{˙}5,\ 77\text{˙}8$$

   Z Mann–Whitneyjevim testom pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{˙}05$ testirajte hipotezo, da se porazdelitev naše količine pri testni skupini ujema s tisto pri kontrolni skupini.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

16. junij 2006

1. Računalnik izžreba slučajno število od 0 do 999 (obe števili sta vključeni), vsa števila so enako verjetna.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bo izžrebal trimestno število s samimi različnimi števkami?

   b) Recimo, da je računalnik res izžrebal trimestno število s samimi različnimi števkami. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je zadnja števka enaka nič?

2. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka ima gostoto, podano po predpisu:

$$g_X(x) = \begin{cases} 1 + ax & ; -b \leq x \leq b \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   Določite taki konstanti a in b, da bo to res gostota neke porazdelitve in da bo $E(X) = 1/8$.

3. Pri neki igri z verjetnostjo 0'6 izgubimo en dolar, z verjetnostjo 0'3 smo na ničli, z verjetnostjo 0'1 pa dobimo pet dolarjev. Približno izračunajte verjetnost, da imamo po 1000 odigranih igrah dobiček. Seveda privzamemo, da so posamezne igre med seboj neodvisne.

4. Pri nekem testu so učenci iz prve šole dosegli naslednje rezultate:

   99'1, 105'0, 96'5, 106'4, 101'8, 118'1, 90'3, 104'6, 107'6, 113'6, 106'4

   učenci iz druge šole pa naslednje rezultate:

   93'1, 98'9, 104'7, 92'5, 99'6, 98'5, 93'4

   S Studentovim testom pri stopnji značilnosti $\alpha = 0'05$ testirajte hipotezo, da so učenci iz obeh šol enako dobri, proti alternativni hipotezi, da niso enako dobri.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

1. september 2006

1. Iz posode, v kateri so 4 rdeče in 6 modrih kroglic, na slepo in brez vračanja izvlečemo tri kroglice.

   a) Kolikšna je verjetnost, da sta prvi dve kroglici enakih barv?

   b) Recimo, da sta prvi dve kroglici res enakih barv. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je tretja izvlečena kroglica rdeča?

2. Vržemo dva kovanca po en tolar in enega po pet tolarjev. Slučajna spremenljivka S naj označuje seštevek vseh številk, ki so padle. Zapišite njeno porazdelitev ter izračunajte $E(S)$ in $D(S)$.

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno. Izračunajte $E(X)$, če veste, da je $\sigma(X) = 3$ in $P(X < 0) = 0\text{'}05$.

4. Pri neki javnomnenjski raziskavi so sto anketirancev povpraševali po starosti in strankarski opredelitvi. Rezultati so naslednji:

starost \ stranka	rdeča	modra	črna
18–30	10	8	2
31–45	15	5	10
46–60	13	3	7
nad 60	10	2	15

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{'}05$ testirajte hipotezo, da je strankarska opredelitev neodvisna od starosti.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

20. september 2006

1. V kupeju na vlaku so štirje sedeži, dva drug poleg drugega in še dva enako nasproti. Vsak od njih je prost z verjetnostjo 20%, neodvisno od drugih sedežev. Primož in Renata, ki nimata rezervacije, se želita usesti.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bosta lahko oba sedela v tem kupeju?

   b) Recimo, da bosta lahko res sedela v tistem kupeju. Kolikšna je pogojna verjetnost, da bosta lahko sedela drug poleg drugega?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena po predpisu:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ a & 0.2 & b \end{pmatrix}$$

   a) Določite parametra a in b, če veste, da je $E(X) = 2$.

   b) Izračunajte še $D(X)$.

3. Neka cvetlica ima lahko rdeče ali rumene cvetove. Med 500 cvetlicami, ki smo jih vzeli pod drobnogled, jih je bilo 200 z rdečimi cvetovi. Poiščite 99% interval zaupanja za delež cvetlic z rdečimi cvetovi.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$49,\ 48,\ 48,\ 47,\ 49,\ 50,\ 52,\ 51,\ 48,\ 49$$

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0.05$ testirajte hipotezo, da je $\mu = 50$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu < 50$.

2004/05

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

6. april 2005

1. Naj bosta A in B neodvisna dogodka, za katera velja $P(A) = 0\dot{}6$ in $P(A \setminus B) = 0\dot{}15$. Izračunajte $P(B)$.

2. V deželi X razsaja virus, ki ima dva seva: S_1 in S_2. Raziskovalec, ki se odpravi tja, se seva S_1 naleze z verjetnostjo $0\dot{}3$, seva S_2 pa z verjetnostjo $0\dot{}1$, pri čemer sta dogodka, da se naleze posameznega seva, neodvisna. Če se naleze katerega koli od teh dveh sevov (ali tudi obeh), s pogojno verjetnostjo $0\dot{}42$ zboli, sicer pa zagotovo ostane zdrav.

   a) Recimo, da je raziskovalec zbolel. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je okužen s sevom S_1?

   b) Če je raziskovalec zbolel, kolikšna je pogojna verjetnost, da je okužen s sevom S_1, ne pa tudi s sevom S_2?

3. V škatli je sedem bonbonov. Mimo pride drug za drugim pet otrok. Vsak od njih z verjetnostjo $0\dot{}4$ pusti škatlo pri miru, z verjetnostjo $0\dot{}6$ pa si zaželi dveh bonbonov. Če sta še na voljo, ju vzame, sicer pa je razočaran. Privzemimo, da so otroci neodvisni. Kolikšna je verjetnost, da bo kateri od otrok razočaran?

4. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena po naslednji verjetnostni shemi:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 0\dot{}5 & 0\dot{}3 & p \end{pmatrix}$$

   a) Določite a in p, tako da bo res šlo za verjetnostno shemo in da bo $E(X) = 3$.

   b) Izračunajte $D(X)$.

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

8. junij 2005

1. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima porazdelitveno gostoto, podano po predpisu:

$$g_X(x) = \begin{cases} a + bx^2 & ; 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   a) Določite konstanti a in b, tako da bo to res porazdelitvena gostota slučajne spremenljivke in da bo $E(X) = 2$.

   b) Izračunajte še $D(X)$ in $P(X < 1)$.

2. Za igranje neke stave moramo vplačati en dolar. Verjetnost, da stavo dobimo, je 0˙2. Če dobimo stavo, nam delilec izplača štiri dolarje, če pa izgubimo, ne dobimo ničesar. Vplačamo 400 takih stav, ki so neodvisne druga od druge. Kolikšna je verjetnost, da nam bo delilec izplačal več, kot bomo vplačali?

3. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti, pri katerih se podatek a_i pojavi N_i-krat:

a_i	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
N_i	2	4	4	7	8	9	6	3	4	1	2

   Poiščite 99% interval zaupanja za μ.

4. V nekem letu so opazili naslednje število dni z določenim vremenom:

jasno	97
oblačno, a suho	164
megleno, a suho	9
padavine	95

   Pri stopnji značilnosti 0˙05 testirajte hipotezo, da je zastopanost posameznega vremena nasploh naslednja:

jasno	30%
oblačno, a suho	40%
megleno, a suho	5%
padavine	25%

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

14. junij 2005

1. Manca je napisala pet pisem in jih dala v pet kuvert s samimi različnimi naslovi. Mimo pride Pepček in vzame pisma iz treh slučajno izbranih kuvert. Nato jih povsem slučajno vrne v te tri kuverte (v vsako po eno pismo) in nato vseh pet kuvert zalepi.

   a) Na koliko načinov lahko Pepček vzame pisma iz kuvert? In ko ima enkrat pisma zunaj, na koliko načinov jih lahko vrne v kuverte?

   b) Med naslovniki Mančinih pisem je tudi Aleš. Kolikšna je verjetnost, da bo prejel pravo pismo?

   c) Recimo, da je Aleš prejel pravo pismo. Kolikšna je pogojna verjetnost, da se Pepček njegovega pisma ni dotaknil?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena diskretno po naslednji shemi:

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 2 & x \\ 0\dot{}1 & 0\dot{}5 & p \end{pmatrix}$$

   a) Določite p in x, tako da bo to res porazdelitvena shema in da bo $E(X) = 3$.

   b) Izračunajte $D(X)$.

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$. Izračunajte μ in σ, če veste, da je $\mu = \sigma + 1$ in $P(X > 0) = 0\dot{}99$.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$72,\ 72,\ 73,\ 70,\ 75,\ 74,\ 76,\ 73,\ 75$$

   Poiščite 95% interval zaupanja za σ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

30. avgust 2005

1. Klepetulja Francka se odpravi na obisk, kjer je zmenjena čez pol ure. Pot jo vodi mimo Magistrata, do koder ima 15 minut hoda, a na tem delu poti z verjetnostjo 30% na poti sreča Angelco, ki jo zadrži za 5 minut. V tem primeru se od Magistrata odpravi naravnost do cilja; za ta kos poti porabi nadaljnjih 10 minut, a z verjetnostjo 40% sreča Nežko, ki jo zadrži še za 5 minut. V kolikor pa Francka ni srečala Angelce, gre od Magistrata do cilja čez trg, kar traja 15 minut.

    a) Slučajna spremenljivka Z naj označuje, koliko je zamudila Francka. Zapišite njeno porazdelitev.

    b) Recimo, da je Francka na obisk prišla točno. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je bila srečala Angelco?

2. Petkrat vržemo pošteno kocko.

    a) Kolikšna je verjetnost, da šestica pade vsaj trikrat?

    b) Kolikšna je verjetnost, da šestica pade vsaj trikrat, pri tem pa v zadnjih treh metih ne več kot dvakrat?

3. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima gostoto, podano po predpisu:

$$g_X(x) = \begin{cases} 6(a^2 - x^2) & ; -a \leq x \leq a \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

    a) Določite parameter a, tako da bo g_X res gostota neke porazdelitve.

    b) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

4. Igralnica prikazuje neko igro tako, da bi moral igralec v njej z verjetnostjo 10% zadeti 20 dolarjev, z verjetnostjo 20% 10 dolarjev, z verjetnostjo 70% pa ne zadene nič. Neki igralec je odigral sto iger in v 5 igrah zadel 20 dolarjev, v 10 igrah 10 dolarjev, v preostalih 85 igrah pa ni zadel ničesar. Pri stopnji značilnosti 1% testirajte hipotezo, da je igra res takšna, kot jo prikazuje igralnica.

2003/04

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

15. april 2004

1. Za novo leto na računalnik namestijo protivirusno zaščito. Operater naj bi zaščito vsakega prvega v mesecu obnovil, a to vsakič stori le z verjetnostjo 80%. Če je protivirusna zaščita stara manj kot en mesec, virusi v obdobju enega meseca onesposobijo računalnik z verjetnostjo 25%, če je stara od enega do dva meseca, z verjetnostjo 75%, če je starejša od dveh mesecev, pa zagotovo. Kolikšna je verjetnost, da virusi do prvega aprila ne bodo onesposobili računalnika? Privzamemo, da so meseci med seboj neodvisni.

2. Pacienta testirajo, ali je okužen z bakterijo X, in mu povedo, da je izvid pozitiven. Test je stoodstotno zanesljiv, vendar pa je osebje z verjetnostjo 10% njegov vzorec zamenjalo z drugim. V populaciji, ki so jo testirali, je 30% okuženih. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je pacient res okužen?

3. Neka srečka, ki stane 100 SIT, z verjetnostjo 50% zadene 100 SIT, z verjetnostjo 1% zadene 4000 SIT, sicer pa ne zadene ničesar. Kupimo srečko. Če zadenemo 4000 SIT ali pa ničesar, končamo, sicer pa kupimo novo srečko, s katero storimo enako kot s staro. Pri tretji srečki končamo v vsakem primeru. Zapišite porazdelitev slučajne spremenljivke X, ki ponazarja količino denarja, ki smo ga zadeli, od katere so odšteta vplačila. Zapišite njeno porazdelitev in izračunajte $E(X)$.

4. Dvakrat vržemo kocko, nato pa še trikrat kovanec. Vsi meti so med seboj neodvisni. Naj bo X število šestic, Y pa število cifer, ki so padle. Zapišite porazdelitev slučajne spremenljivke $W := X - 2Y$ ter izračunajte $E(W)$ in $D(W)$.

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
31. maj 2004

1. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z naslednjo gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^4} + \dfrac{c}{x^3} & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   a) Izračunajte konstanto c.
   b) Izračunajte $P(X < 2)$.
   c) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

2. Za vsakega izmed 225 kandidatov je 20% možnosti, da pride na izpit. Za najmanj koliko kandidatov je treba rezervirati prostor, če naj bo verjetnost, da bo prostora premalo, manjša od 5%?

3. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

   60, 62, 61, 65, 59, 61, 63, 61, 66

   Poiščite 95% interval zaupanja za μ.

4. Izmed 300 cvetov je 90 belih. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{'}05$ testirajte hipotezo, da je verjetnost, da je cvet bel, enaka 25%, proti alternativni hipotezi, da je večja od 25%.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP
15. junij 2004

1. Vržemo tri standardne kocke.
   a) Kolikšna je verjetnost, da na vsaki kocki pade drugačno število pik?
   b) Recimo, da na vsaki kocki pade drugačno število pik. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je skupno število pik manjše od 6?
2. Iz posode, v kateri je en kovanec za 10 tolarjev ter po dva kovanca za en in dva tolarja, na slepo in brez vračanja vzamemo dva kovanca. Slučajna spremenljivka X naj predstavlja skupno vrednost kovancev, ki smo ju vzeli. Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.
3. Slučajna spremenljivka X naj bo porazdeljena normalno $\mathrm{N}(3, \sigma)$. Izračunajte σ, če veste, da velja $P(X > 0) = 0\dot{}95$.
4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $N(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

   $$119,\ 110,\ 128,\ 131,\ 117,\ 113,\ 110,\ 126,\ 124,\ 122$$

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\dot{}01$ testirajte hipotezo, da je $\mu = 100$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu > 100$.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

23. junij 2004

1. Iz kupa kompleta standardnih 52 kart izvlečemo pet kart.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bomo izvlekli fleš (barvno lestvico), t. j. pet zaporednih kart iste barve, ne glede na vrstni red?

   b) Prvi dve izvlečeni karti sta pikov fant in pikova desetica. Kolikšna je pogojna verjetnost, da bomo izvlekli fleš?

2. Slučajni spremenljivki X in Y imata naslednjo navzkrižno porazdelitev:

	$Y=0$	$Y=1$	$Y=a$
$X=0$	0˙1	0	0˙1
$X=1$	0	0˙5	0˙1
$X=2$	0˙1	0	0˙1

   a) Zapišite porazdelitve slučajnih spremenljivk X, Y in XY (če a ni enak 0, 1/2 ali 1).

   b) Sta X in Y neodvisni?

   c) Določite prameter a tako, da bosta X in Y nekorelirani, t. j. $E(XY) = E(X)\,E(Y)$.

3. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima gostoto, podano po predpisu:

$$g_X(x) = \begin{cases} c + cx^3 & ;\ 0 < x < 2 \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}$$

   Izračunajte c, $E(X)$ in $D(X)$.

4. Pri 60 metih kocke je 13-krat padla ena pika, 9-krat dve piki, 8-krat tri pike, 15-krat štiri pike, 8-krat pet pik in 7-krat šest pik. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0˙05$ testirajte hipotezo, da je kocka poštena, t. j. da na vsako ploskev pade z enako verjetnostjo.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

31. avgust 2004

1. Iz posode, v kateri je 6 belih in 4 črne kroglice, na slepo in brez vračanja izvlečemo dve kroglici. Naj bo A dogodek, da je prva izvlečena kroglica črna, B pa dogodek, da je vsaj ena izvlečena kroglica bela. Izračunajte $P(A \mid B)$.

2. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima gostoto, podano po predpisu:

$$g_X(x) = \begin{cases} x^{-4} + cx^{-5} & ; \, x \geq 1 \\ 0 & ; \, \text{sicer} \end{cases}$$

   Izračunajte konstanto c ter še $E(X)$ in $D(X)$.

3. Izmed 100 semen jih je vzklilo 80. Poiščite 95%-interval zaupanja za verjetnost, da seme vzklije.

4. Na travniku so rdeči, oranžni in rumeni cvetovi neke cvetlice. Marička, ki ji je vseeno za barve, je nabrala 7 rdečih, 9 oranžnih in 4 rumene cvetove. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0{\cdot}05$ testirajte hipotezo, da je na travniku 36% rdečih, 48% oranžnih in 16% rumenih cvetov.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP

15. september 2004

1. Lovec strelja na bežečega zajca. V prvem poskusu zadene z verjetnostjo $0\dot{}5$. Če zgreši, poskusi še enkrat in v drugem poskusu zadene z verjetnostjo $0\dot{}3$. Če spet zgreši, poskusi še zadnjič, ko zadene z verjetnostjo $0\dot{}1$.

   a) Kolikšna je verjetnost, da bo zajca zadel v katerem od poskusov?

   b) Recimo, da je v enem od poskusov zadel zajca. Kolikšna je pogojna verjetnost, da ga je zadel v tretjem poskusu?

   c) Slučajna spremenljivka S naj pove, kolikokrat je poskusil lovec. Zapišite njeno porazdelitev.

2. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima porazdelitveno gostoto, podano po predpisu:
$$g_X(x) = \begin{cases} c + x^2 & ;\ 1 < x < 2 \\ 0 & ;\ \text{sicer} \end{cases}$$
   Izračunajte konstanto c ter še $E(X)$ in $D(X)$.

3. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$. Izračunajte μ, če veste, da je $\sigma = 5$ in $P(X > 0) = 0\dot{}95$.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

   72, 72, 73, 70, 75, 74, 76, 73, 75

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\dot{}05$ testirajte hipotezo, da je $\mu = 70$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu > 70$.

2002/03

1. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP (Programska oprema)
16. april 2003

1. V prvi posodi so 3 bele in 7 črnih kroglic, v drugi posodi pa je 5 belih in 5 črnih. Izvedemo naslednji dvofazni poskus: najprej vržemo pošten kovanec, nato pa iz ene od posod na slepo in brez vračanja izvlečemo dve kroglici. Če pade cifra, vlečemo iz prve, če pade grb, pa iz druge posode.

   a) Kolikšna je verjetnost, da sta obe črni?

   b) Recimo, da smo izvlekli dve črni kroglici. Kolikšna je pogojna verjetnost, da smo vlekli iz prve posode?

2. Mečemo pošteno kocko. Če prvič pade 6, vržemo še enkrat, sicer pa končamo (tako da kocko vržemo največ dvakrat). Slučajna spremenljivka X naj predstavlja število pik, ki so padle pri zadnjem metu. Zapišite njeno porazdelitev ter izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

3. Zvezno porazdeljena slučajna spremenljivka X ima naslednjo gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} \dfrac{c}{x^4} & ; x > 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   Izračunajte konstanto c, določite porazdelitveno funkcijo F_X in izračunajte $E(1/X)$.

4. Pošten kovanec vržemo 10.000-krat.

   a) Z uporabo Laplaceove lokalne formule ocenite verjetnost, da pade natanko 5.000 cifer.

   b) Ocenite še verjetnost, da pade več kot 5.100 cifer.

2. KOLOKVIJ IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP (Programska oprema)
27. maj 2003

1. Iz velike populacije dijakov, v kateri je 5% nezadostnih, 20% zadostnih, 35% dobrih, 25% prav dobrih in 10% odličnih, vzamemo slučajni vzorec velikosti 100. Označimo z $\bar{X}$ povprečno oceno dijakov v vzorcu.
   a) Izračunajte $E(\bar{X})$ in $D(\bar{X})$.
   b) Ocenite verjetnost, da je vzorčno povprečje manjše od 3˙2.
2. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, 10)$, dajo naslednje vrednosti:

   $$40,\ 45,\ 47,\ 44,\ 51,\ 39,\ 44,\ 46,\ 49,\ 50.$$

   Poiščite 95% interval zaupanja za μ.
3. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

   $$91,\ 93,\ 105,\ 79,\ 93,\ 103,\ 89,\ 79,\ 105.$$

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\dot{}01$ testirajte hipotezo, da je $\mu = 100$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu < 100$.

Točkovanje: $40(= 20 + 20) + 30 + 30 = 100$ točk.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – VSP (Programska oprema)
17. junij 2003

1. Računalnika si prek slabe zveze pošiljata informacije, bit za bitom. Verjetnost, da pri posameznem prenosu pride do napake (t. j. da se ničla spremeni v enico, enica pa v ničlo), je 10%, neodvisno od drugih prenosov. Vsak bit informacije se pošlje trikrat zapored. Prejemnik trojico bitov razume kot tisti bit, ki ima večino (tako npr. 010 razume kot ničlo, 110 pa kot enico). Podatki imajo 60% ničel in 40% enic.

   a) Recimo, da želi pošiljatelj poslati ničlo (t. j. pošlje tri ničle). Kolikšna je verjetnost, da bo tudi prejemnik to razumel kot ničlo?

   b) Recimo, da je prejemnik dano trojico razumel kot ničlo. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je pošiljko razumel pravilno?

2. Diskretna slučajna spremenljivka je porazdeljena po naslednji shemi:

$$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0\text{˙}4 & 0\text{˙}1 & 0\text{˙}1 & ? \end{pmatrix}$$

   a) Dopolnite tabelo.

   b) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

3. Cepimo 10000 hrušk. Verjetnost, da se cepič posuši, je 0˙15. Kolikšna je verjetnost, da se posuši več kot 1600 cepičev?

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$34,\ 29,\ 33,\ 35,\ 31,\ 30,\ 34,\ 38.$$

   Poiščite 95% interval zaupanja za μ.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – visoki strokovni program
27. junij 2003

1. Andraž, Bojana in Cene streljajo v tarčo. Andraž zadene z verjetnostjo 0˙3, Bojana z verjetnostjo 0˙5, Cene pa z verjetnostjo 0˙8. Kolikšna je verjetnost, da zadene vsaj eden izmed njih? Privzamemo, da streljajo neodvisno.

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z naslednjo gostoto:

$$\begin{cases} cx & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   Izračunajte konstanto c in $E(1/X)$.

3. Slučajne spremenljivke X_1, X_2, X_3 in X_4 naj bodo neodvisne in porazdeljene normalno $\mathrm{N}(1, 5)$. Definirajmo:

$$\bar{X} := \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{4}$$

   Izračunajte $P(\bar{X} > 0)$.

4. Med 100 naključno izbranimi učenci je bilo pri likovni vzgoji 30 zelo uspešnih, 60 uspešnih in 10 manj uspešnih. Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0˙05$ testirajte hipotezo, da je v celotni populaciji 45% zelo uspešnih, 50% uspešnih in 5% manj uspešnih.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – visoki strokovni program
9. september 2003

1. Dana sta dva na videz enaka kovanca. Pri prvem pade grb z verjetnostjo 40%, pri drugem pa z verjetnostjo 60%. Oba hkrati vržemo in pade natanko en grb. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je grb padel pri drugem kovancu? Privzamemo, da sta kovanca med seboj neodvisna.

2. Diskretna slučajna spremenljivka X je porazdeljena po naslednji shemi:

$$X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & x \\ 0\text{'}6 & 0\text{'}2 & 0\text{'}1 & p \end{pmatrix}$$

   a) Določite p in x, če veste, da je $E(X) = 0$.

   b) Izračunajte varianco (disperzijo) slučajne spremenljivke X.

3. Verjetnost, da pri pristranskem kovancu pade grb, je 49%. Kolikšna je verjetnost, da pri 1000 metih pade več kot pol grbov?

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

   104, 101, 102, 99, 101, 103, 100, 102, 101

   Pri stopnji značilnosti $\alpha = 0\text{'}05$ testirajte hipotezo, da je $\mu = 100$, proti alternativni hipotezi, da je $\mu > 100$.

IZPIT IZ OSNOV VERJETNOSTI IN STATISTIKE

FRI – visoki strokovni program
24. september 2003

1. Dani sta dve posodi, v vsaki sta po dve beli in dve črni kroglici. Najprej pride mimo Janezek, ki povsem slučajno izbere eno izmed obeh posod in vanjo vrže še dve beli kroglici. Nato pride mimo še Marička, ki iz prve posode na slepo in brez vračanja izvleče dve kroglici.

   a) Kolikšna je verjetnost, da sta obe beli?

   b) Recimo, da je Marička res izvlekla dve beli kroglici. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je Janezek metal v prvo posodo?

2. Slučajna spremenljivka X je porazdeljena zvezno z naslednjo gostoto:

$$g_X(x) = \begin{cases} c(x^2 - x^4) & ; -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases}$$

   a) Določite konstanto c.

   b) Izračunajte $E(X)$ in $D(X)$.

3. Naj bodo $X_1, \ldots X_{100}$ neodvisne in porazdeljene normalno $\mathrm{N}(100, 5)$. Definirajmo:

$$\bar{X} := \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{100}}{100}$$

   Do odstotka natančno izračunajte $P(\bar{X} < 99)$.

4. Meritve neke količine, porazdeljene normalno $\mathrm{N}(\mu, \sigma)$, dajo naslednje vrednosti:

$$45,\ 45,\ 47,\ 44,\ 51,\ 39,\ 44,\ 46,\ 49,\ 50.$$

   Poiščite 99% interval zaupanja za μ.