

REŠITVE KOLOKVIJEV IN IZPITOV
IZ MATEMATIKE

BTF – biotehnologija, gozdarstvo, mikrobiologija, živilska tehnologija

Zbral: Martin Raič

Rešitve delnega kolokvija iz matematike z dne 26. 5. 2006
Skupina A

BTF

Biotehnologija, gozdarstvo, mikrobiologija, živilska tehnologija – univezitetni študiji

1. $\frac{\partial f}{\partial x} = (1 - 2y(x + y))e^{-2xy}$, $\frac{\partial f}{\partial y} = (1 - 2x(x + y))e^{-2xy}$.

Stacionarni točki: $T_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, $T_2(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$.

2. Linearizacija: $Y = \frac{1}{y} = ax + b = A + Bx$, kjer je $A = b$ in $B = a$.

Sistem: $3A + 5B = 11/20$, $5A + 9B = 1$.

Aproksimacijska funkcija: $y = \frac{1}{-\frac{1}{40} + \frac{5}{40}x} = \frac{40}{5x - 1}$.

3. $\frac{dy}{y^2} = x dx$, $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$, $y = -\frac{2}{x^2 + 2C}$.

Partikularna rešitev: $y = \frac{4}{1 - 2x^2}$

4. $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-2x}$.

5. $\frac{\binom{30}{2}}{\binom{32}{3}} = 3 \cdot \frac{1}{32} \frac{30}{31} \frac{29}{30} = \frac{89}{992} \doteq 0.0877$.

6. Možni aproksimaciji:

$$1 - \Phi\left(\frac{75 - 70}{\sqrt{100 \cdot 0.7 \cdot 0.3}}\right) \doteq 0.1379 \doteq 0.14,$$

$$1 - \Phi\left(\frac{76 - 70}{\sqrt{100 \cdot 0.7 \cdot 0.3}}\right) \doteq 0.0951 \doteq 0.10.$$

Natančnejši rezultat, dobljen z računalnikom: 0.1136.

7. $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \end{pmatrix}$, $E(X) = 2$, $\text{var}(X) = 0.6$.

8. $c = -\frac{3}{8}$, $P(X < 1) = P(0 < X < 1) = \frac{3}{8}$.

Rešitve delnega kolokvija iz matematike z dne 26. 5. 2006
Skupina B

BTF

Biotehnologija, gozdarstvo, mikrobiologija, živilska tehnologija – univezitetni študiji

1. $\frac{\partial f}{\partial x} = -(1 + e^y) \sin x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = e^y \cos x - (y + 1)e^y.$

Stacionarne točke: $x = 2k\pi, y = 0$ in $x = (2k + 1)\pi, y = -2, k \in \mathbb{Z}.$

2. Sistem: $4a + 12b = 30, 12a + 36b = 77.$

Aproksimacijska premica: $y = 14 - \frac{13}{6}x.$

3. $\frac{dy_H}{y_H} = -\frac{dx}{x}, y_H = \frac{C}{x}, y = \frac{x^2}{3} + \frac{D}{x}.$

Partikularna rešitev: $y = \frac{x^3 - 1}{3x}.$

4. $z = y', z' = z^2, \frac{dz}{z^2} = dx, -\frac{1}{z} = x + C, z = -\frac{1}{x + C}, y = D - \ln(x + C).$

5. $1 - \frac{10}{15} \frac{9}{14} = \frac{4}{7} \doteq 0.571.$

6. Možni aproksimaciji:

$$\Phi\left(\frac{60 - 70}{\sqrt{350 \cdot 0.2 \cdot 0.8}}\right) \doteq 0.0901 \doteq 0.09,$$

$$\Phi\left(\frac{61 - 70}{\sqrt{350 \cdot 0.2 \cdot 0.8}}\right) \doteq 0.1151 \doteq 0.12.$$

Natančnejši rezultat, dobljen z računalnikom: 0.1007.

7. $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, E(X^2) = 6, \text{var}(X) = 2.$

8. $c = 3, P(-2 < X < 4) = P(0 < X < 4) = 1 - e^{-12}.$

Rešitve kolokvija iz matematike z dne 9. 6. 2006

BTF

Biotehnologija, gozdarstvo, mikrobiologija, živilska tehnologija – univezitetni študiji

1. rang = 2.

$$\begin{aligned} 2. \lim_{x \downarrow 0} \frac{\ln x}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} &= \lim_{x \downarrow 0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{(\cos(\frac{\pi}{2} - x))^2}} = -\lim_{x \downarrow 0} \frac{(\sin x)^2}{x} = \\ &= -\lim_{x \downarrow 0} \frac{2 \sin x \cos x}{1} = 0. \end{aligned}$$

3. $x - x^2 + x^3 - \dots$

$$4. V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^4) dx = \pi \left(x - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8\pi}{5}.$$

5. Funkcija je strogo naraščajoča v x in y , zato je
 $\min f = f(0, 0) = 3$ in $\max f = f(3, 2) = 10$.

$$6. L = (1 \cdot 2 - A)^2 + 2 \cdot (4 \cdot 9 - A)^2 + (5 \cdot 1 - A)^2 \\ \frac{dL}{dA} = 98A - 131 \cdot 6 \Rightarrow A = \frac{131 \cdot 6}{98} \doteq 1 \cdot 24.$$

7. $y = A e^x + B e^{-x}$.

$$8. g(x) = F'(x) = \begin{cases} 2 e^{-2x} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$$