

KOLOKVIJI IN IZPITI IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

Zbral: Martin Raič

2018/19

1. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

18. april 2019

1. [25] Poiščite integrirajoči množitelj za diferencialno enačbo:

$$(3x^3 + 2y) dx - x dy = 0$$

in jo rešite.

2. [25] Dana je linearna diferencialna enačba:

$$\sin^2 x y'' - \sin(2x) y' + (1 + \cos^2 x)y = 0.$$

- a) Pokažite, da je funkcija $h_1(x) = \sin x$ rešitev te enačbe.
b) S pomočjo omenjene rešitve enačbi znižajte red in poiščite še drugo neodvisno rešitev te diferencialne enačbe. Z determinanto Wrońskega preverite, da sta dobljeni rešitvi res neodvisni.
3. [30] Dana je družina krivulj:

$$y(x^2 + C) + 2 = 0; \quad C \in \mathbb{R}.$$

- a) Poiščite funkcijo, definirano na odprtem intervalu, katere graf je ortogonalen na to družino in gre skozi točko $(-1, 2)$. Kateri interval je maksimalni možen?
b) Dokažite, da je taka funkcija v neki okolici izhodiščne točke enolično določena.
4. [30] Poiščite vse rešitve diferencialne enačbe $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x \ln x$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

6. junij 2019

1. [25] Poiščite vse rešitve diferencialne enačbe $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$.

2. Narišite fazni portret sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= -y_2, \\y_2' &= 5y_1 - 4y_2.\end{aligned}$$

in narišite fazni portret.

3. [25] Poiščite realno splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= 5y_1 - 3y_3, \\y_2' &= -3y_1 + 2y_2 + 3y_3 + e^{-x}, \\y_3' &= 6y_1 - 4y_3.\end{aligned}$$

4. [30] $(x^2 + 2x)y'' + (x^2 - 2)y' - (2x + 2)y = 0$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

17. junij 2019

1. [25] Kolesar sprva vozi s hitrostjo 7 m/s in neha poganjati. Zračni upor, ki ga zavira, je sorazmeren s kvadratom kolesarjeve hitrosti. Po 3 sekundah se hitrost zmanjša na 6 m/s. Kdaj bo hitrost kolesarja znašala 1 m/s?
2. [25] Rešite diferencialno enačbo:

$$2xy \, dx + (y^2 - x^2) \, dy = 0.$$

Namig: enačba postane eksaktna, če jo pomnožimo z y^p za primeren $p \in \mathbb{R}$.

3. [25] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $x^2y'' + 4xy' + 2y = e^x$.
4. [25] Poiščite splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= -y_1 + 2y_2, \\y_2' &= 2y_1 - y_2\end{aligned}$$

in narišite fazni portret.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

9. september 2019

1. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' + 2xy + y^2 e^{x+x^2} = 0,$$

ki zadošča začetnemu pogoju $y(-1) = 1/3$.

2. Poiščite splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= -y_1 - 2y_2, \\y_2' &= y_1 - 4y_2\end{aligned}$$

in narišite fazni portret.

3. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe

$$(1 - x^2)y'' - 6xy' - 6y = 0.$$

4. Črno telo ima ob začetku merjenja temperaturo 3000 K. Telo se nahaja v hladnem izoliranem okolju, kjer se ohlaja le zaradi sevanja, ki ga oddaja. Hitrost ohlajanja je na ta način premosorazmerna s četrto potenco temperature telesa. Po 3 dneh se telo ohladi na 300 K.

- Koliko časa bo še trajalo, da se bo ohladilo na 30 K?
- Največ koliko časa pred začetkom merjenja se je lahko telo takole ohlajalo?

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2017/18

1. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika
10. april 2018
(spremenjen stil besedila)

1. [25] Rešite diferencialno enačbo $xy' = x + y + x e^{-y/x}$.
2. [25] Rešite diferencialno enačbo $y' + \frac{y}{x} = \sqrt{y}$.
3. [25] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $y'' + 9y = f(x)$ za:
 - a) [5] $f(x) = 0$;
 - b) [10] $f(x) = x$;
 - c) [10] $f(x) = x + \sin(3x)$.
4. [35] Dana je diferencialna enačba $2y dx - (x + y) dy = 0$.
 - a) Poiščite tak a , da bo enačba postala eksaktna, če jo delimo z $xy + ay^2$.
 - b) Poiščite vse rešitve dane enačbe pri začetnih pogojih $y(0) = 0$, $y(0) = -2$ in $y(1) = 1$. Pazite na morebitne rešitve, ki jih izgubimo pri deljenju.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **100 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

8. junij 2018

1. [25] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$(1+x)y'' - y' - (2+4x)y = 0.$$

Namig: za primeren a funkcija $y = e^{ax}$ reši enačbo.

2. [25] Poiščite splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 + 9y_2, \\y_2' &= -y_1 - 5y_2\end{aligned}$$

in narišite fazni portret.

3. [25] Za $x > 0$ poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2y'' + 2xy' + (x^2 - 2)y = 0.$$

Namig: vpeljite $z = \sqrt{x}y$.

4. [35] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $xy'' + (1-2x)y' + (x-1)y = 0$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

9. julij 2018

1. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$(1 + x^2)y' - 2xy = 2x\sqrt{y},$$

ki zadošča začetnemu pogoju $y(0) = 4$.

2. Poiščite rešitev diferencialne enačbe $yy'' = 2yy' - y'^2$, ki zadošča začetnima pogojema $y(0) = -1, y'(0) = 3$.

Namig: uvedite novo funkcijo $z = y'$ in ustrezno izrazite y'' .

3. Poiščite realno splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= 4y_1 - y_2, \\y_2' &= 5y_1\end{aligned}$$

in narišite fazni portret.

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2(x - 1)y'' - x(3x - 2)y' + (4x - 2)y = 0.$$

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

23. avgust 2018

1. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$1 + 2xy'y'' = y'^2,$$

ki zadošča začetnima pogoju $y(1) = 0$, $y'(1) = -3$.

2. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $y''' - 4y' = x$.

3. Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$y_1' = -y_1 - 2y_2,$$

$$y_2' = 4y_1 - 7y_2.$$

Narišite fazni portret in rešite sistem pri začetnem pogoju $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = -1$.

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $xy'' - y' - 4x^3y = 0$.

Namig: ena od rešitev je $y = e^{x^2}$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

6. september 2018

1. Poiščite splošno rešitev Bernoullijeve diferencialne enačbe:

$$y - y^2 + x \ln x y' = 0.$$

2. Poiščite rešitev diferencialne enačbe

$$x^2 y'' - 3xy' + 4y = x^4,$$

ki zadošča začetnemu pogoju $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.

3. Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$y_1' = -2y_1 + 2y_2,$$

$$y_2' = 2y_1 + y_2.$$

Narišite fazni portret in rešite sistem pri začetnem pogoju $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$.

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe

$$x(1 - x^2)y'' + (3 - 7x^2)y' - 8xy = 0.$$

Namig: ena od rešitev je $y = \frac{1}{1 - x^2}$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2016/17

1. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

12. april 2017

1. [20] Na kuhalnik pristavimo lonec vode, ki ima sprva temperaturo 20°C , tako kot okolica. Kuhalnik vodi ves čas dovaja toploto z enako intenzivnostjo. Sprva se voda segreva s hitrostjo 10 stopinj na minuto. A ker se voda zaradi stika z okolico tudi ohlaja, se temperatura vode ustali že pri 90°C . Po kolikšnem času voda doseže temperaturo 70°C ?

2. [20] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $x^2y' = x^2 + xy + y^2$.

3. [25] Poiščite ortogonalne trajektorije na družino krožnic:

$$x^2 + (y - a)^2 = a^2; \quad a \in \mathbb{R}.$$

Narišite!

4. [25] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$5y' + y^2 + \frac{6}{x^2} = 0.$$

Namig: za primerna a in p funkcija $y = ax^p$ reši enačbo.

5. [20] Poiščite rešitev diferencialne enačbe $4y''' + 12y'' + y' + 3y = e^{-3x}$, ki zadošča začetnemu pogoju $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

14. junij 2017

1. [25] Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2 y'' - 2y = \frac{1}{x^2},$$

za katero je $y(1) = y'(1) = 0$. Določite tudi maksimalni interval, na katerem ta rešitev obstaja.

2. [30] Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 - 2y_2, \\y_2' &= 2y_1 - 3y_2.\end{aligned}$$

- a) Poiščite splošno rešitev sistema.
b) Narišite fazni portret.
c) Zapišite enačbo trajektorije, ki gre skozi točko $T(0, 1)$.
3. [30] Poiščite vse rešitve diferencialne enačbe:

$$xy'' + y = 0,$$

za katere je $y(0) = 0$. Dovolj je poiskati Taylorjevo vrsto okoli izhodišča. Če ne najdete splošne formule za koeficiente, poiščite vsaj razvoj do vključno člena z x^4 .

4. [25] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2(2yy'' - y'^2) + 2xyy' + (4x^2 - 1)y^2 = 0.$$

Namig: uvedite $y = z^2$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **100 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

10. julij 2017

1. [20] Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = x(y + e^{-x^2}),$$

ki zadošča začetnemu pogoju $y(0) = 0$.

2. [20] Kroglico z maso 0.01 kg spustimo skozi viskozno tekočino, na začetku je njena hitrost enaka 0. Nanjo delujeta sila teže (za težni pospešek vzemite $g = 10 \text{ m/s}^2$) in sila upora kv , kjer je v hitrost kroglice, $k = 5 \text{ kg/s}$ pa je koeficient upora.

- Pri kateri vrednosti se bo ustalila hitrost padanja?
- Kako globoko bo padla kroglica po desetinki sekunde?

3. [20] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $y'' - y' - 12y = x e^{-3x}$.

4. [20] Poiščite splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$y_1' = -4y_1 + y_2$$

$$y_2' = 2y_1 - 3y_2$$

in narišite fazni portret.

5. [20] Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' - xy' - y = 0,$$

ki zadošča začetnima pogojema $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Namig: uporabite Frobeniusovo metodo.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2015/16

1. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

5. april 2016

1. Iz pečice vzamemo kolač in ga postavimo v prostor, kjer je temperatura 20°C . Po pol ure je temperatura kolača 50°C , po eni uri pa 30°C . Koliko je bila temperatura kolača, ko smo ga vzeli iz pečice? Privzamemo, da je kolač idealno toplotno prevoden, torej da so vsak trenutek vsi njegovi deli enako topli.
2. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $3y = x(y' - 3y^{2/3})$.
3. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$5y' + y^2 + \frac{4}{x^2} = 0.$$

Namig: za primerna a in p funkcija $y = ax^p$ reši enačbo.

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$\operatorname{ctg} \frac{y}{x} (y \, dx - x \, dy) = 2x^3 \, dx.$$

Dovolj je, da jo poiščete v implicitni obliki.

Namig: enačba postane eksaktna, če jo za primeren p pomnožimo z x^p .

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe $y'' + 6y' + 9y = e^{-x}$, ki zadošča začetnemu pogoju $y(0) = y'(0) = 0$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

13. junij 2016

1. [20] Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2 y'' + xy' - y = \frac{x^2}{x+1},$$

ki zadošča začetnima pogojema $y(1) = y'(1) = 0$.

2. [20] Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= 3y_1 - y_2, \\y_2' &= 4y_1 - 2y_2.\end{aligned}$$

- a) Poiščite njegovo splošno rešitev.
b) Klasificirajte izhodišče kot kritično točko in skicirajte trajektorije v okolici.
3. [40] Dana je diferencialna enačba:

$$x^2 y'' - x(2x+1)y' + (x^2 + x + 1)y = 0.$$

- a) [20] Poiščite vsaj eno neničelno rešitev te enačbe.
Nasvet: uporabite Frobeniusovo metodo okoli 0. Prvih nekaj koeficientov izračunajte, nato pa uganite in preverite splošno formulo.
- b) [20] Poiščite splošno rešitev.
4. [20] Izračunajte $\int x J_2(x) dx$.
5. [20] Dana je diferencialna enačba s parametrom λ in robnima pogojema:

$$y'' + 2y' + \lambda y = 0 \quad ; \quad y(0) + y'(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

- a) Dokažite, da se da enačba prevesti na Sturm–Liouvilleov problem.
b) Poiščite lastne vrednosti in lastne funkcije problema.
c) V katerem skalarnem produktu so lastne funkcije ortogonalne?

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

24. junij 2016

1. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $x^2y' = x^2 + xy + y^2$.
2. Kroglico z maso 0,01kg spustimo skozi viskozno tekočino, na začetku je njena hitrost enaka 0. Nanjo delujeta sila teže (za težni pospešek vzemite $g = 10 \text{ m/s}^2$) in sila upora kv , kjer je v hitrost kroglice, $k = 5 \text{ kg/s}$ pa je koeficient upora.
 - a) Pri kateri vrednosti se bo ustalila hitrost padanja?
 - b) Kako globoko bo padla kroglica po desetinki sekunde?
3. Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 - 2y_2, \\y_2' &= 2y_1 - 3y_2.\end{aligned}$$

- a) Poiščite splošno rešitev sistema.
 - b) Skicirajte trajektorije okoli izhodišča.
 - c) Zapišite enačbo trajektorije, ki gre skozi točko $T(0, 1)$.
4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$(1+x)y'' - y' - (2+4x)y = 0.$$

Namig: za primeren a funkcija $y = e^{ax}$ reši enačbo.

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2(2yy'' - y'^2) + 2xyy' + (4x^2 - 1)y^2 = 0.$$

Namig: uvedite $y = z^2$.

Na izdelek obvezno vpišite ime, priimek in vpisno številko. Čas reševanja je **110 minut**. Vse odgovore je potrebno utemeljiti. Veliko uspeha!

2014/15

1. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

8. april 2015

1. [20] V hiši, kjer je temperatura najprej 20°C , se pokvari peč. Zunanja temperatura je -10°C . Po eni uri pade temperatura za pet stopinj. Kdaj bo temperatura v hiši padla na 0°C ?

2. [20] Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$\sin x y' - \cos x y = \sin^2 x,$$

ki zadošča začetnemu pogoju $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

3. [25] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$\left(3 \ln(x+y) + \frac{x}{x+y}\right) dx + \frac{x}{x+y} dy = 0.$$

Namig: enačba postane eksaktna, če jo pomnožite s primerno potenco določene spremenljivke.

4. [20] Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = x^2 y^2 + \frac{2}{x^4}.$$

Namig: za primerna a in p funkcija $y = ax^p$ reši enačbo.

5. [25] Kroglico z maso $0{,}01$ kg spustimo skozi viskozno tekočino, na začetku je njena hitrost enaka 0. Nanjo delujeta sila teže (za težni pospešek vzemite $g = 10 \text{ m/s}^2$) in sila upora kv , kjer je v hitrost kroglice, $k = 5 \text{ kg/s}$ pa je koeficient upora.

- Pri kateri vrednosti se bo ustalila hitrost padanja?
- Kako globoko bo padla kroglica po desetinki sekunde?

2. KOLOKVIJ IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

12. junij 2015

1. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$x^3 y''' + 2xy' - 12y = x^2.$$

2. Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= 5y_1 - 2y_2 + f(x), \\y_2' &= 4y_1 - y_2 + g(x).\end{aligned}$$

- a) Za $f(x) = g(x) = 0$ klasificirajte izhodišče kot kritično točko in skicirajte trajektorije v okolici.
b) Za $f(x) = 1$ in $g(x) = 0$ poiščite tisto rešitev, za katero je $y_1(0) = y_2(0) = 0$.

3. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$4x^2 y'' - 6xy' + (x + 6)y = 0.$$

Nasvet: uporabite Frobeniusovo metodo okoli 0.

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$xy'' + 7y' + xy = 0.$$

Namig: rešitve se izražajo v obliki $y = x^{-3}z$, kjer je z funkcija iz Besselove družine.

5. Dana je diferencialna enačba s parametrom λ in robnima pogojema:

$$y'' - 2y' + \lambda y = 0 \quad ; \quad y(0) = y(1) = 0.$$

- a) Dokažite, da se da enačba prevesti na Sturm–Liouvilleov problem.
b) Poiščite lastne vrednosti in lastne funkcije problema.
c) V katerem skalarnem produktu so lastne funkcije ortogonalne?
d) Razvijte funkcijo $f(x) = e^x$ po lastnih funkcijah.

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

23. junij 2015

1. Kapljica črnila pade na papir in se začne razlivati enakomerno v vse smeri, tako da ima packa obliko kroga. Hitrost naraščanja polmera packe je obratno sorazmerna z njeno ploščino. Kako velika bo packa po treh sekundah, če veste, da je imela po eni sekundi polmer 5 mm, po dveh sekundah pa 10 mm?

2. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$x^3 y' = x^2 y - y^3,$$

ki zadošča začetnemu pogoju $y(1) = 4$.

3. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y''' + y'' + 9y' + 9y = e^{-x},$$

za katero velja $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

4. Dan je sistem diferencialnih enačb:

$$y_1' = 2y_2 + f(x),$$

$$y_2' = y_1 - y_2 + g(x).$$

- a) Za $f(x) = g(x) = 0$ klasificirajte izhodišče kot kritično točko in skicirajte trajektorije v okolici.
 - b) Poiščite splošno rešitev za $f(x) = 1$ in $g(x) = 0$.
5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$xy'' + 2y' - xy = 0.$$

Nasvet: uporabite Frobeniusovo metodo okoli 0.

IZPIT IZ DIFERENCIALNIH ENAČB

Praktična matematika

27. avgust 2015

1. Poiščite ortogonalne trajektorije na družino krivulj $y = \frac{a}{x}$; $a \in \mathbb{R}$.

2. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$1 + x + y^2 + (x + y^2 + 2y)y' = 0.$$

Namig: enačba postane eksaktna, če jo pomnožite s primerno funkcijo vsote $x + y$.

3. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = 1 + \frac{y}{x} - \frac{4y^2}{x^2}.$$

Namig: obstaja funkcija oblike $y = ax$, ki reši enačbo.

4. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$x^2(x + 1)y'' + x^2y' = 1,$$

ki zadošča začetnima pogojevema $y(1) = 0$, $y'(1) = 3$.

5. Poiščite splošno rešitev sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 - y_2, \\y_2' &= 4y_1 - 3y_2 + e^{-x}.\end{aligned}$$