

VAJE 5

1. (*Izpit 29.1.2018*) Oseba stara x let želi kupiti mešano zavarovanje za dobo n let. Privzemite, da je obrestna mera enaka i . Če se smrt zgodi v letu k pred doživetjem, je izplačilo enako $C(1 + j)^{k+1}$ na koncu leta, v katerem je nastopila smrt, kjer je $0 < j < i$. Ob doživetju je izplačilo enako $C(1 + j)^n$. Premija se plačuje v enakih zneskih na začetku vsakega leta zavarovanja do vključno začetka zadnjega leta. Začetni stroški naj bodo α in delež $\bar{\beta}$ prve premije. Od druge plačane premije naprej, če do plačila pride, zavarovalnica obračunava delež β premije kot strošek procesiranja plačila premije. Drugih stroškov ni.
 - a. (10) Izrazite premijo z aktuarskimi simboli. Pri vsakem simbolu navedite, s katerim diskontnim faktorjem je izračunan.
 - b. (10) Izrazite ${}_kV$ za $k = 1, 2, \dots, n - 1$ z aktuarskimi simboli. Pri vsakem simbolu navedite, s katerim diskontnim faktorjem je izračunan.

2. (*Izpit 26.6.2019*) Oseba stara x let kupi zavarovanje za doživetje za dobo n let in zavarovalno vsoto 1. Posebnost pogodbe je, da v primeru smrti pred iztekom zavarovanja zavarovalnica na koncu leta smrti povrne delež α obrestovane vplačane premije, vendar le če se smrt zgodi pred iztekom m -tega leta zavarovanja z $m < n$. Premije se plačuje na začetku vsakega leta zavarovanja. Premija ostaja ves čas zavarovanja enaka, efektivna obrestna mera pa naj bo i .
 - a. (10) Izpeljite formulo za neto rezervacijo ${}_kV$ za $k = 0, 1, \dots, n - 1$.
 - b. (10) Izračunajte ${}_3V$, če je efektivna obrestna mera 4%, $x = 30$, $n = 5$, $m = 3$ in $\alpha = 0,3$.

3. (*Izpit 4.7.2018*) Vrednost mešanega zavarovanja za osebo staro x let za obdobje n let z izplačilom 1 označimo z $A_{x:\overline{n}|}$. Obrestno mero označimo z i in diskontni faktor z $v = (1 + i)^{-1}$.
 - a. (5) Pokažite, da za $0 < m < n$ velja enačba

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{m}|}^1 + v^m {}_m p_x A_{x+m:\overline{n-m}|},$$
 kjer je $A_{x:\overline{m}|}^1$ vrednost zavarovanja z primer smrti osebe stare x let za obdobje m let. Pojasnite enakost z besedami.
 - b. (10) Za $0 < m < n - 1$ poiščite zvezo med ${}_mV_x$ in ${}_{m+1}V_x$.
 - c. (5) Pri katerem $0 < m < n - 1$ bodo matematične rezervacije ${}_mV_x$ največje? Pojasnite z besedami zakaj.

4. (*Izpit 11.2.2016*) Oseba stara 30 let sklene z zavarovalnico mešano zavarovanje za obdobje 25 let. Zavarovalna vsota 50.000 EUR se izplača ob koncu leta, v katerem zavarovanec umre, oziroma ob doživetju. Premije se placujejo letno prenumerandno (na začetku leta), dokler zavarovanec živi, vendar največ 20 let. Sklenitveni stroški znašajo 1% zavarovalne vsote, inkaso stroški 2% bruto premije ter upravni stroški 0,5% zavarovalne vsote za vsako leto zavarovanja.

- a. (5) Zapišite enačbo za letno bruto premijo.
- b. (5) Zapišite fomulo za bruto matematično rezervo ob koncu 20. leta zavarovanja.