

UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAMNIT MEF
OSNOVE ZAVAROVANJA
SEMINARSKA NALOGA 2024/2025

Naloge so sestavni del preverjanja znanja pri predmetu Osnove zavarovanja. Vsaka naloga je vredna 10 točk, v skupnem seštevku pa naloge prispevajo 40% h končni oceni pri predmetu. Roka za oddajo ni, oceno pa boste dobili, ko boste opravili obveznosti.

Številčenje formul in sklicevanje na poglavja in razdelke velja za knjigo H. Gerber, Matematika življenjskih zavarovanj, DMFA, 1996, ali na angleško tretjo izdajo iste knjige. V nalogah, ki zahtevajo konkretne izračune, uporabite priložene tablice.

IZJAVA: Potrjujem, da so rešitve moje delo.

Ime: _____ Podpis: _____.

ŽIVLJENJSKA ZAVAROVANJA

1. Najdite aktivno obveznico (lahko državno ali podjetniško) in njeno trenutno ceno na trgu. Ena možnost so spletne strani za obveznice Zvezne republike Nemčije.

- a. Poiščite interni donos obveznice.
- b. Povejte vaše mnenje o tem ali je naložba v to obveznico dobra ali ne. Mnenje obrazložite.

2. Predpostavite, da je jakost obrestne mere konstantno enaka δ . Predpostavite, da v trenutku $t = 0$ na banki deponirate x enot denarja, ki se obrestujejo zvezno z jakostjo δ . Med trenutkoma t_1 in t_2 z $0 < t_1 < t_2$ bo z vašega računa odtekal denarni tok z jakostjo c . To pomeni, da boste v enoti časa potrošili c enot denarja.

Koliko mora biti najmanj x , da boste “zmogli” opisani denarni tok? Ne pozabite upoštevati, da se denar obrestuje tudi med trošenjem. Natančno navedite vaše predpostavke.

3. Pokažite, da za $m < n$ velja enačba

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{m}|}^1 + v^m {}_m p_x A_{x+m:\overline{n-m}|}.$$

Pojasnite enakost z besedami.

4. Vrednost $A_x = E(v^{K+1})$ se spremeni, če se spremenijo verjetnosti ${}_n p_x$ ali če se spremeni jakost obrestne mere.
 - a. Ugotovite, kaj se zgodi z A_x , če jakosti obrestne mere prištejemo konstanto $c > 0$.
 - b. Ugotovite, kaj se zgodi z A_x , če jakosti smrtnosti prištejemo konstanto $c > 0$.

5. Preberite si oznake v 5. poglavju Gerberjeve knjige.

a. Pokažite, da velja

$$\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} - \frac{1}{\ddot{s}_{x:\overline{n}|}} = P_{x:\overline{n}|}^1 + d.$$

b. Čemu je po vašem mnenju enaka razlika

$$\frac{1}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)}} - \frac{1}{\ddot{s}_{x:\overline{n}|}^{(m)}} ?$$

Dokažite vaše trditve.

6. Brez računanja (res brez!) odgovorite na naslednja vprašanja. Pri tem je ${}_kV_{x:\overline{n}|}$ količina, definirana v (6,1) (ali (6,2.1) v angleški verziji).

a. ${}_0V_{x:\overline{n}|} = ?$.

b. ${}_nV_{x:\overline{n}|} = ?$.

c. ${}_{n-1}V_{x:\overline{n}|} = ?$.

d. ${}_1V_{x:\overline{n}|} = ?$

7. Privzemite splošno zavarovanje za primer smrti z izplačili $c_1, c_2, \dots$ na koncu leta, ko oseba umre in premijami $\pi_0, \pi_1, \dots$, ki se plačujejo na začetku vsakega leta. Izpeljite *Facklerjevo formulo*

$${}_{t+1}V = ({}_tV + \pi_t) \frac{1+i}{p_{x+t}} - c_{t+1} \frac{q_{x+t}}{p_{x+t}}.$$

8. Oseba stara 40 let sklene zavarovanje za primer smrti za obdobje 20 let. Na podlagi tablic smrtnosti (tablice za moške in ženske morate na smislen način uporabiti, da ocenite q_x za celotno populacijo). Privzemite, da je zavarovalna vsota enaka 1. Obrestna mera naj bo $i = 0,02$.

a. Izračunajte neto premijo.

b. Izračunajte ${}_kV$ za $k = 0, 1, \dots, n$ in predstavite rezultat z grafom.

c. Izračunajte Π_k^r in Π_k^s za $k = 0, 1, \dots, n-1$ in rezultate predstavite z grafom. Grafa na kratko komentirajte.

d. Ponovite izračun, če je $\alpha = 0,02$, $\beta = 0,05$ in $\gamma = 0,005$.

9. Oseba stara 30 let sklene z zavarovalnico mešano zavarovanje za obdobje 20 let. Zavarovalna vsota 20.000 EUR se izplača ob doživetju oziroma ob koncu leta, v katerem oseba umre. Premije se plačujejo letno na začetku, dokler zavarovanec živi, vendar največ 10 let. Sklenitveni stroški znašajo 3,5% zavarovalne vsote, inkaso stroški 2% bruto premije ter upravni stroški 0,5% zavarovalne vsote za vsako leto zavarovanja.

- a. Izračunajte letno premijo z upoštevanjem stroškov.
- b. Izračunajte ${}_kV$ za vse $k = 0, 1, \dots, 19$.

10. Zavarovalnica ponuja naslednji zavarovalni produkt.

Sklenitelj zavarovanja za hči je mati, ki bi bila ob sklenitvi zavarovanja stara 33 let, hči pa 0 let. Premije mati plačuje na yačtku vsakega leta 6 let v enakih zneskih. Ob dopolnjenem 19 letu starosti hči prejme izplačilo v višini 10.000 EUR. V vmesnem času bi v primeru smrti matere zavarovalnica hčeri izplačala do tedaj vplačane in obrestovane premije in sicer na koncu leta smrti. V primeru smrti hčere je upravičenec mati, ki prejme enaka izplačila, kot bi jih hči, v primeru smrti obeh pa so upravičenci dediči po zakonu, ki prejmejo enake vsote, kot bi jih hči.

Pri vseh izračunih uporabite priložene tablice smrtnosti. Ker ne smete uporabiti tabel smrtnosti za ženske, razmislite kako iz danih tabel sestaviti tabelo smrtnosti za oba spola skupaj.

- a. Izračunajte neto premijo za zgornje zavarovanje, če privzamete efektivno letno obrestno mero 2%.
- b. Izračunajte neto premijsko rezervo na začetku 18 leta zavarovanja pod privzetkom, da je mati živa. Privzemite efektivno obrestno mero v višini 2%.

11. Privzemite, da oseba stara 40 let sklene mešano zavarovanje za dobo $n = 20$ let za zavarovalno vsoto $C = 100.000\text{€}$. Oseba bo premijo plačevala v enakih zneskih na začetku vsakega leta dokler bo živa ali dokler ne bo sklenila prekiniti pogodbe, kar lahko naredi na začetku

vsakega leta zavarovanja. Po veljavni zakonodaji mora zavarovalnica osebi, ki je plačala tri začetne premije, v primeru prekinitve izplačati neto premijsko rezervacijo zmanjšano za 250€ izstopnih stroškov v trenutku prekinitve. V trenutku $k = 0$ se oseba ne more odločiti za prekinitve.

Privzemite, da je K_x preostala življenjska doba zavarovane osebe, S pa od nje neodvisna slučajna spremenljivka z $S \sim \text{Geom}(0,025)$. Če je $S \leq K_x$, oseba v trenutku S odstopi od pogodbe, če pa je $S > K_x$ je oseba umrla in je to razlog, da ne plačuje več premij.

Naj bo $\alpha = 0,02$, $\beta = 0,05$ in $\gamma = 0,005$ ter obrestna mera $i = 0,015$.

- a. Izračunajte premijo.
- b. Izračunajte ${}_kV$ za $k = 0, 1, \dots, 19$.
- c. Kaj bi bili smiselni formuli za Π_k^r in Π_k^s ?

PREMOŽENJSKA ZAVAROVANJA

12. Izračunajte rezervacije po metodi veriženja za vse tri razvojne trikotnike v Excel tabeli *trikotniki.xlsx*. Rezultate na kratko komentirajte. Dodajte še ocene standardnih odklonov napovedi rezervacij po Mackovi metodi.