Univerza na Primorskem

FAMNIT, MEF

Osnove zavarovanja

Pisni izpit

29. januar 2018

Ime in priimek: ______________________ Vpisna št: | | | | | | | | |

Navodila

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4. Dovoljena sredstva sta dva A4 format lista in matematični priročnik. Vaše odgovore prosim napišite na priložene liste. Na razpolago imate 2 uri.

Naloga	a.	b.	c.	d.	
1.			•	•	
2.			•	•	
3.				•	
4.			•	•	
5.			•	•	
6.			•	•	
Skupaj					

1. (20) Oseba pri banki najame kredit v višini 100.000€ z letno obrestno mero $3,2\%$ za dobo 240 mesecev. Recimo, da oseba po 120 odplačanih obrokih ugotovi, da lahko najame nov kredit po obrestni meri $3,1\%$ in odplača preostalo glavnico prvega kredita, nato pa 120 mesecev odplačuje nov kredit. Pri tem stroški predčasnega odplačila prvega kredita in stroški sklenitve novega kredita znašajo ob sklenitvi novega kredita 250€. Privzemite, da se preskok z enega na drug kredit zgodi točno na koncu 120 meseca. Takemu preskoku rečemo "refinanciranje".

a. (10) Bi osebi priporočali tak preskok? Utemeljite odgovor.

b. (10) Privzemite, da bo oseba izvedla refinanciranje. Navedite po približno kolikšni efektivni obrestni meri se zadolži. Odgovor poiščite numerično, tako da najprej ugibajte in potem postopoma popravljate ugibanje. Navedite vaš razmislek.

2. (20) Pri nemški zakladni menici tipa B je obrestna mera v naslednjih sedmih letih variabilna in podana v spodnji tabeli.

Leto	i_k
1	0.0350
2	0.0400
3	0.0450
4	0.0475
5	0.0475
6	0.0500
7	0.0525

a. (10) S kolikšno efektivno obrestno mero bi dosegli enak donos v sedmih letih?

b. (10) Bi se odločili za nakup zakladne menice, če vam banka ponuja za vezano vlogo efektivno obrestno mero $i = 0.0453$?

3. (20) Naj bo K_x preostala življenjska doba osebe stare x let. Slučajna spremenljivka K_x^* naj bo definirana kot

$$K_x^* = \begin{cases} K_x & \text{za } K_x \le n, \\ n & \text{za } K_x > n. \end{cases}$$

Označite $e_{x:\,\overline{n}|} = E(K_x^*)$.

a. (5) Utemeljite, da velja

$$e_{x:\,\overline{n}|} = \sum_{k=1}^{n} {}_k p_x \,.$$

b. (5) Naj bo $0 \le x < y$. Pokažite, da velja

$$e_{x:\,\overline{y-x}|} = p_x + p_x\, e_{x+1:\,\overline{y-(x+1)}|}\,.$$

c. (10) Pokažite, da velja

$$e_{x:\,\overline{n}|} = p_x(1 - {}_n p_{x+1}) + p_x e_{x+1:\,\overline{n}|}\,.$$

4. (20) Oseba, stara 68 let, se bo upokojila. Privarčevala je 85.000 €. Zavarovalnica ponuja doživljenjske rente pri obrestni meri $i = 0.02$. Po njihovih izračunih je sedanja pričakovana vrednost doživljenjske rente, ki izplača vsoto 1 v trenutkih $k = 0, 1, \ldots$ dokler je oseba živa, enaka $\ddot{a}_{68} = 17,28$.

a. (10) Oseba sklene, da bo nakup rente odložila za eno leto, nato pa takoj na začetku naslednjega leta, ko bo stara 69 let, kupila rento v višini 4.000 € letno, če bo še živa. Oseba ve, da je $q_{68} = 0,00913$. Kolikšna je sedanja vrednost denarja, ki ga oseba lahko potroši prvo leto, če želi biti gotova, da bo pri starosti 69 let lahko kupila želeno rento? Privzemite, da banka ponuja obrestno mero 1% na vezane vloge. Utemeljite vaš razmislek.

b. (10) Privzemite, da oseba ve tudi, da je $q_{69} = 0,00979$ in se odloči, da bo nakup rente odložila za dve leti, nato pa kupila rento v višini 4.000 € letno. Kolikšna je v tem primeru sedanja vrednost denarja, ki ga oseba lahko potroši v naslednjih dveh letih? Privzemite, da želi oseba biti gotova, da bo po dveh letih lahko kupila rento v željeni višini, banka pa ponuja 1% obrestno mero na vezane vloge.

5. (20) Oseba stara x let želi kupiti mešano zavarovanje za dobo n let. Privzemite, da je obrestna mera enaka i. Če se smrt zgodi v letu k pred doživetjem, je izplačilo enako $C(1+j)^{k+1}$ na koncu leta, v katerem je nastopila smrt, kjer je $0 < j < i$. Ob doživetju je izplačilo enako $C(1+j)^n$. Premija se plačuje v enakih zneskih na začetku vsakega leta zavarovanja do vključno začetka zadnjega leta. Začetni stroški naj bodo α in delež $\bar{\beta}$ prve premije. Od druge plačane premije naprej, če do plačila pride, zavarovalnica obračunava delež β premije kot strošek procesiranja plačila premije. Drugih stroškov ni.

a. (10) Izrazite premijo z aktuarskimi simboli. Pri vsakem simbolu navedite, s katerim diskontnim faktorjem je izračunan.

b. (10) Izrazite ${}_kV$ za $k = 1, 2, \ldots, n-1$ z aktuarskimi simboli. Pri vsakem simbolu navedite, s katerim diskontnim faktorjem je izračunan.

6. (20) Zavarovalnica ponuja naslednji produkt: sklenitelj zavarovanja je mati, ki je ob sklenitvi zavarovanja stara 33 let, hči pa 0 let. Premije bi mati plačevala 6 let na začetku leta v enakih zneskih. Zadnja premija bo tako plačana v trenutku $k = 5$. Ob dopolnjenem 19 letu starosti hči prejme izplačilo v višini 10.000€, če je mati še živa. V vmesnem času v primeru smrti matere zavarovalnica hčeri izplača do tedaj vplačane in obrestovane premije in sicer na koncu leta smrti matere, ne pa tudi 10.000€ na koncu. V primeru smrti hčere so izplačila enaka kot da bi bila hči živa in gredo zakonitim dedičem. Obrestna mera je $i = 0.02$.

Dane imate naslednje podatke:

$$\begin{aligned}
{}_1p_{33} &= 0.99966 \\
{}_2p_{33} &= 0.99930 \\
{}_3p_{33} &= 0.99893 \\
{}_4p_{33} &= 0.99854 \\
{}_5p_{33} &= 0.99813 \\
{}_{19}p_{33} &= 0.98690
\end{aligned}$$

a. (10) Privzemite, da je $\ddot{a}_{33:\overline{6}|} = 5,708$. Določite premijo za navedeno zavarovanje. Obrazložite vaš razmislek.

b. (10) Izračunajte neto rezervaciji ${}_4V$ in ${}_{18}V$, če imate podano, da je $p_{51} = 0,00872$.