

## KONTINGENČNE TABELE

Pri kontingenčnih tabelah imamo podatke oblike

$n_{11}$	$n_{12}$
$n_{21}$	$n_{22}$

Predpostavljamo, da je  $n_{ij}$  število enot, ki so tipa  $i$  in tipa  $j$ , v enostavnem slučajnem vzorcu velikosti  $n = n_{11} + n_{12} + n_{21} + n_{22}$  iz velike populacije. Označimo z  $N_{ij}$  število enot tipa  $i$  in tipa  $j$  v enostavnem slučajnem vzorcu velikosti  $n$ . Iz predpostavk sledi, da so  $N_{ij}$  porazdeljene po polinomski porazdelitvi

$$P(N_{11} = n_{11}, N_{12} = n_{12}, N_{21} = n_{21}, N_{22} = n_{22}) = \frac{n!}{n_{11}!n_{12}!n_{21}!n_{22}!} p_{11}^{n_{11}} p_{12}^{n_{12}} p_{21}^{n_{21}} p_{22}^{n_{22}}$$

za neke parametre  $p_{11} + p_{21} + p_{12} + p_{22} = 1$ .

- a. Poiščite cenilke parametrov  $p_{ij}$  po metodi največjega verjetja v celotnem prostoru parametrov

$$\Omega = \{(p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}) : \sum_{ij} p_{ij} = 1\}.$$

Prostor parametrov je 3-dimenzionalen.

- b. Poiščite cenilke parametrov po metodi največjega verjetja, če prostor parametrov zožite na podprostor

$$\Omega_0 = \{(p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}) : \sum_{ij} p_{ij} = 1, p_{11}p_{22} - p_{12}p_{21} = 0\}.$$

- c. Poiščite testno statistiko po metodi kvocienta verjetij za testni problem  $H_0 : \theta \in \Omega_0$  proti  $H_1 : \theta \notin \Omega_0$  in z Wilksovimi izrekom ugotovite, kdaj bi zavrgli  $H_0$  pri stopnji tveganja  $\alpha$ .
- d. Komentirajte, v kakšni zvezi je test v c. z običajnim  $\chi^2$ -testom za  $2 \times 2$  kontingenčne tabele.

*Namig: Razvijte logaritme v Taylorjevo vrsto.*

- e. Bi podoben razmislek veljal tudi za kontingenčne tabele večjih dimenzij? Kako bi z Wilksovimi izrekom izračunali potrebne prostostne stopnje?