

EKONOMSKA FAKULTETA  
AKTUARSKA MATEMATIKA 1  
SMER AKTUARSTVO IN AKTUARSKE FINANCE  
PISNI IZPIT  
29. SEPTEMBER 2009

IME IN PRIIMEK: \_\_\_\_\_

NAVODILO

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Rešitev naloge mora zajemati vse potrebne izračune in utemeljitve. Nalog je 6 in vsaka je vredna 20 točk, torej skupaj 120 točk.

<i>Naloga</i>	<i>a.</i>	<i>b.</i>	<i>c.</i>	<i>d.</i>	<i>e.</i>	<i>f.</i>	<i>Skupaj</i>
<b>1.</b>				•	•	•	
<b>2.</b>			•	•	•	•	
<b>3.</b>				•	•	•	
<b>4.</b>			•	•	•	•	
<b>5.</b>			•	•	•	•	
<b>6.</b>		•	•	•	•	•	
<b>Skupaj</b>							

1. (20) Zavarovalnica bo zavarovani osebi ali njenim dedičem izplačevala mesečno rento v višini 1000 EUR naslednjih 20 let.
- a. (5) Privzemite, da v namen izplačevanja rente zavarovalnica želi na banki deponirati vsoto  $x$  pri efektivni letni obrestni meri 4%. Kolikšen mora biti najmanj  $x$ , da bo zavarovalnica zmožna odplačati rento? Privzemite, da so vsi meseci enako dolgi.
- b. (5) Privzemite, da banka ponuja efektivno letno obrestno mero 4% za prvih 10 let in efektivno obrestno mero 3,5% za drugih 10 let. Kolikšen začetni kapital je potreben, da bo banka zmožna izplačati rento?
- c. (10) Privzemite, da se bo po 10 letih zavarovalnici ponudila možnost, da kupi obveznico, ki izplačuje kupone po efektivni letni obrestni meri 4,5% na koncu vsakega meseca po 10 letu, na koncu obdobja pa povrne glavnico. Privzemamo, da bo bančna efektivna obrestna mera vse obdobje ostala 4%. Privzemite, da je obveznice možno kupiti v poljubnih količinah (tudi necelih). Kolikšen kapital potrebuje zavarovalnica na začetku, če bo po 10 letih "preskočila" na obveznice? Se jim to splača?



2. (20) Pri nemški zakladni menici tipa B je obrestna mera v naslednjih sedmih letih variabilna in podana v spodnji tabeli.

Leto	$i_k$
1	0.0350
2	0.0400
3	0.0450
4	0.0475
5	0.0475
6	0.0500
7	0.0525

a. (10) S kolikšno efektivno obrestno mero bi dosegli enak donos v sedmih letih?

b. (10) Bi se odločili za nakup zakladne menice, če vam banka ponuja za vezano vlogo efektivno obrestno mero  $i = 0.0453$ ?



3. (20) Naj bo  $K_x$  preostala življenjska doba osebe stare  $x$  let. Slučajna spremenljivka  $K_x^*$  naj bo definirana kot

$$K_x^* = \begin{cases} K_x & \text{za } K_x \leq n, \\ n & \text{za } K_x > n. \end{cases}$$

Označite  $e_{x:\overline{n}|} = E(K_x^*)$ .

a. (5) Utemeljite, da velja

$$e_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^n k p_x.$$

b. (5) Naj bo  $0 \leq x < y$ . Pokažite, da velja

$$e_{x:\overline{y-x}|} = p_x + p_x e_{x+1:\overline{y-(x+1)|}}.$$

c. (10) Pokažite, da velja

$$e_{x:\overline{n}|} = p_x(1 - n p_{x+1}) + p_x e_{x+1:\overline{n}|}.$$



4. (20) Zavarovanje za primer smrti za osebo staro  $x$  ponuja izplačilo v višini  $c_{j+1} = C \cdot (1+i)^{j+1}$  za primer smrti na koncu leta  $j$ . Premijo  $\Pi_x$  oseba plačuje na začetku vsakega leta dokler je še živa. Privzemimo efektivno obrestno mero  $i$ .

- a. (10) Označite s  $\Pi_x$  premijo za zavarovanje za primer smrti z izplačilom 1 za vse življenje za osebo staro  $x$  let. Efektivna obrestna mera naj bo  $i$ . Izrazite neto premijo za  $\Pi_x$ .

- b. (10) Izrazite neto premijsko rezervo  ${}_tV_x$ . Uporabite lahko  $\Pi_y$  za ustrezen  $y$  in ostale aktuarske simbole.





5. (20) Moški star  $x$  let kupi zavarovanje za doživetje za dobo  $n$  let in zavarovalno vsoto 1. Posebnost pogodbe je, da v primeru smrti pred iztekom zavarovanja zavarovalnica na koncu leta smrti povrne delež  $\alpha$  obrestovane vplačane premije, vendar le, če se smrt zgodi pred iztekom  $m$ -tega leta zavarovanja z  $m < n$ . Premije se plačuje na začetku vsakega leta zavarovanja. Premija ostaja ves čas zavarovanja enaka, efektivna obrestna mera pa naj bo  $i$ .

a. (10) Izpeljite formulo za neto rezervacijo  ${}_kV$  za  $k = 0, 1, \dots, m - 1$ .

b. (10) Izpeljite formulo za neto rezervacijo  ${}_kV$  za  $k = m, \dots, n$ .



6. (20) Oseba stara 60 let je lastnica nepremičnine vredne 200.000 €. Zavarovalnica ponuja izplačilo doživljenjske rente brez plačila premij v višini 14.000 € na koncu vsakega leta, s tem, da zavarovalnica ob smrti zavarovanca postane lastnica nepremičnine v celoti. Privzemite, da je efektivna obrestna mera enaka 4%. Privzemite, da bo sedanja vrednost nepremičnine ves čas enaka. Privzemite, da je  $\ddot{a}_{61}=18,24$  in  $p_{60} = 0,9972$ .

a. (20) Bi osebi priporočali podpis pogodbe, ki jo ponuja zavarovalnica?

