

UVOD V NUMERIČNE METODE

IZPIT

7.2.2003

1. Poznate predpis za odvedljivo funkcijo $y = f(x)$. Napišite algoritem, ki za dano vrednost y izračuna vrednost inverzne funkcije $x = f^{-1}(y)$ s tangentno metodo. S tem algoritmom poiščite približka x_1 in x_2 v primeru, ko je $f(x) = x^3$, $y = 7$ ter začetni približek $x_0 = 2$. Približka zapišite na 4 decimalna mesta natančno.
2. Kolikšen je lahko največ odvod zvezno odvedljive funkcije f na intervalu $[x_0, x_0 + h]$, da bo

$$\left| \int_{x_0}^{x_0+h} f(x) dx - h f(x_0 + h/2) \right| < 0.01?$$

Pomagajte si s Peanovim jedrom K_0 .

3. Pri katerih realnih številih α za matriko

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 11 \\ 3 & 8 & 14 & 20 \\ 4 & 11 & 20 & \alpha \end{pmatrix}$$

obstaja razcep Choleskega. V primeru, da obstaja, poiščite zgornje trikotno matriko R , da velja $A = R^T R$.

4. Diferencialno enačbo

$$y'(x) = -\lambda y(x), \quad y(0) = y_0 = 1, \quad \lambda > 0,$$

rešujete na intervalu $[0, b]$, $b > 0$, z eksplcitno Eulerjevo metodo. Vemo, da točna rešitev na tem intervalu pada proti 0. Kolikšen je lahko korak h pri tej metodi, da bo tudi numerična rešitev padala proti 0?

Namig: Izrazite y_n z λ in y_0 .